

Causalidade Probabilística

J. Acacio de Barros

Departamento de Física

Universidade Federal de Juiz de Fora

36036-330 Juiz de Fora MG Brasil

16 de Outubro de 2003

Resumo

Neste trabalho apresentamos, de maneira informal, as visões clássicas e quânticas da Natureza. Mostramos que a visão quântica mais aceita não é imposta pelos resultados experimentais, mas é resultado de uma série de suposições, dentre elas a de que as leis da Natureza têm que ser não-determinísticas. Com isto motivamos a apresentação de outras visões da Natureza, como as teorias de variáveis ocultas. Contudo, o teorema de Bell, que demonstramos de maneira simplificada, restringe as visões alternativas à interpretação mais usada da física quântica. Essa restrição faz com que tenhamos que admitir que os processos microscópicos não tenham uma relação de causa e efeito bem determinada. Com isso, defendemos o ponto de vista de que, independente de como vemos a Natureza, as relações causais somente podem ter validade na média estatística, e com isso a Natureza é intrinsecamente probabilística.

Conteúdo

1	Introdução	2
2	Descrição clássica da realidade	3
2.1	Limitações à descrição clássica	4
2.2	Determinismo e previsibilidade em física clássica	5
2.2.1	O problema dos três corpos	6
2.2.2	O Bilhar de Sinai	7
3	A Revolução Quântica	10
3.1	A descoberta do raio-X	11
3.2	Radioatividade	11
3.3	A hipótese de Plank	12
3.4	O fóton	13
3.5	Os modelos atômicos	13
3.6	A dualidade onda-partícula	14
3.7	A mecânica matricial e a mecânica ondulatória	14
3.8	A interpretação de Born	14
3.9	O Princípio da Incerteza de Heisenberg	15
3.10	Complementariedade e a experiência da fenda dupla	16
4	Realidade Quântica	21
4.1	Teorias de variáveis ocultas	23
4.2	O teorema de Bell	23
4.3	O Teorema de GHZ	25
4.4	Realidade versus causalidade	26

1 Introdução

Desde os tempos mais remotos, o Homem tenta entender o mundo no qual vive. De certa forma, entender o mundo significa encontrar relações de causa e efeito entre os fenômenos observados. Em outras palavras, entendemos um determinado fenômeno quando vemos este fenômeno como sendo a causa de outro. Por exemplo, uma pessoa que é ferida gravemente por um animal, se não tratada adequadamente, morre. Como consequência, pode-se estabelecer, neste caso, que a causa da morte foi a ferida causada pelo animal. Um outro exemplo: a pedra lançada na superf. Com isto, reconhecemos a lua cheia como causa das marés altas (mas não vice-versa, pois podemos ter marés altas sem lua cheia, assim como podemos ter morte sem ataques de animais). Portanto, a procura por uma visão de mundo implica uma procura por relações causais para os fenômenos naturais.

Antes do Renascimento, muitos dos fenômenos Naturais eram explicados pela sociedade ocidental por intermédio de figuras divinas ou mitológicas. Deuses, deusas, demônios, fadas, etc. eram apontados como responsáveis pelo comportamento do mundo em que vivemos. O homem, parte integrante deste mundo, vivia à mercê dos caprichos destes deuses, que decidiam se uma grande tempestade aconteceria, se a colheita de trigo seria ou não adequada ou se um animal atacaria ou não uma pessoa. Com o surgimento do método científico, no Renascimento, a visão mitológica do mundo começou a ser substituída por uma visão racional, na qual os fenômenos naturais são explicados por um conjunto de Leis Naturais de ampla validade. A substituição da mitologia pelo racionalismo levou a humanidade a mudar a maneira como o Universo é entendido.

O sucesso da visão racional teve como principal causa as tremendas demonstrações de poder de compreensão da Natureza mostradas pela física newtoniana. A visão newtoniana tem como um de seus pontos fundamentais o determinismo: o estado de um sistema físico no instante atual e as forças que nele atuam determina completamente o estado deste mesmo sistema físico num instante de tempo qualquer posterior. Dentro do determinismo newtoniano, se conhecemos as forças que agem sobre um sistema e seu estado, conhecemos tudo que podemos e queremos saber sobre um sistema, pois podemos determinar completamente seu futuro e passado. Portanto, um programa natural da física newtoniana seria o de descobrir as forças da natureza através do estudo das trajetórias de partículas – as constituintes básicas do Universo, segundo Newton –, ou seja, determinar a *causa* do movimento para cada caso de interesse. Com isto, teríamos a nosso dispor uma maneira de, a partir da análise dos efeitos sobre a trajetória, descobrir suas causas.

Um exemplo bem conhecido na física newtoniana é sua aplicação ao movimento dos planetas no Sistema Solar. Ao estudar o movimento dos planetas em torno do Sol, Newton concluiu que este movimento teria que ter como *causa* uma força – a força gravitacional. Utilizando as Leis de Kepler, Newton concluiu que a força gravitacional teria que ser proporcional à massa do planeta e à massa do Sol e proporcional ao inverso do quadrado da distância entre o planeta e o Sol. Como esta força age sobre todos os planetas, sem exceção, Newton concluiu que esta força gravitacional deveria ser universal, ou seja, que todos os objetos com massa deveriam estar sujeitos a este tipo de força. A partir desta hipótese, de que a força gravitacional agiria da mesma forma em todos os planetas, um estudo detalhado do movimento de certos planetas mostrou, posteriormente, pequenas variações em suas órbitas, que poderiam ser explicadas somente pela existência de outros planetas, ainda desconhecidos. Com esta previsão os astrônomos apontaram seus telescópios para onde a física newtoniana previa a existência destes planetas, confirmando sua existência e o poder de previsão da física newtoniana.

Tal era o programa da física, até que, no começo do século XX, o edifício newtoniano começou a desmoronar. Uma série de experiências fundamentais começaram a discordar em essência das teses newtonianas de determinismo. Essas discordâncias levaram os físicos a abandonar a visão newtoniana da natureza, adotando as idéias pregadas principalmente por Bohr. Nascia a Mecânica Quântica (MQ). A Mecânica Quântica mudou radicalmente a maneira de vermos a natureza, introduzindo a probabilidade como uma característica essencial para explicar fenômenos naturais.

Este ensaio tem dois objetivos principais. O primeiro é expor o aluno de física ou ciências às principais mudanças ocorridas neste século à visão newtoniana do mundo, e em particular a falência do determinismo de Laplace. O outro objetivo é mostrar que, por causa destas mudanças, o programa da física deve ser alterado, passando a buscar relações de causa e efeito probabilísticas. O determinismo, onde o estado presente é visto como *causa* do futuro inexorável, tão caro à física newtoniana, passa a ser insustentável, *independente da interpretação adotada para a MQ*. Argumentaremos que relações de causa e efeito tem que ser tratadas de maneira puramente probabilística, mesmo se quisermos estendendo a MQ, incluindo variáveis ocultas. Com isso, somos levados a concluir que as relações de causa e efeito na Natureza são probabilísticas em essência.

Para tal, começaremos com uma discussão do ponto de vista newtoniano, e como este ponto de vista foi modificado para acomodar o eletromagnetismo clássico, mantendo como ponto central o determinismo. Na Seção seguinte, mostramos como o programa newtoniano é irrealizável, ao mostrar que sistemas físicos obedecendo a leis puramente determinísticas são indistinguíveis de sistemas cuja dinâmica é probabilística. Na Seção 4, o conceito de probabilidade em MQ é introduzido, e mostramos que a MQ tem um comportamento que a torna incompatível com uma visão determinística do mundo, se utilizarmos como critério a causalidade einsteiniana.

2 Descrição clássica da realidade

Em seu famoso *Diálogos sobre duas novas ciências* [?], Galileu discute o movimento de corpos em queda livre. Em certo ponto, Salviati (o alter-ego de Galileu) pergunta porque uma pedra cai. Simplicio responde que a pedra cai por causa da gravidade, ao que Salviati replica que esse não é um motivo, mas simplesmente um nome que damos ao fenômeno. Galileu argumenta então que, ao invés de procurarmos o *porquê* do que acontece, devemos primeiro buscar o *como*. Para Galileu, saber *como* objetos físicos se comportam implica em poder descrever este comportamento matematicamente. A partir do momento em que entendemos um dado fenômeno, podemos tentar formular um modelo no qual este fenômeno passa a ser um caso particular. Este modelo pode ser então utilizado para prever o comportamento de situações diversas, e com isso pode ser testado experimentalmente. Galileu ilustra essa abordagem mostrando que, ao estudar um corpo cai em queda livre, pode-se chegar a inúmeras conclusões sobre seu movimento, e estas conclusões podem ser estendidas a outros casos, como por exemplo o, na época bem conhecido, fato de trajetórias de balas de canhão descreverem uma parábola. Este processo, composto da sequência observação/modêlo matemático/verificação experimental, é conhecido como *método científico*.

Newton utilizou o método científico de Galileu para criar uma teoria geral para o movimento de sistemas físicos. O modêlo newtoniano da natureza pode ser resumida aos seguintes pontos principais:

1. O universo é composto de partículas, que são elementos localizados, sólidos e indestrutíveis, com forma e massa imutáveis.
2. As partículas se movem em um espaço e tempo absolutos.
3. A trajetória de cada partícula neste espaço e tempo é completamente determinada a partir de seu estado inicial, em geral dado por sua posição \mathbf{r} e momento $m\mathbf{v}$ num dado instante de tempo.

Na visão newtoniana, num dado instante de tempo o Universo foi criado. Junto com o Universo, todas as partículas que o compõe, assim como as forças entre elas e as equações de movimento. Depois do momento de criação, o Universo foi posto em movimento, e, como uma máquina gigantesca, cada partícula seguiu sua trajetória de maneira completamente determinada pelo instante inicial e pelas equações de movimento¹.

¹As equações de movimento de Newton são equações diferenciais de segunda ordem, e portanto basta conhecermos duas constantes de movimento, por exemplo a posição e a velocidade iniciais, para que determinemos completa e univocamente a trajetória de uma partícula.

O tremendo sucesso da física newtoniana, prevendo por exemplo a existência de planetas, fez com que o determinismo newtoniano fosse rapidamente aceito. A confiança no determinismo newtoniano pode ser exemplificada pela famosa passagem de Laplace em seu tratado sobre probabilidade [2]:

Temos então que pensar no estado atual do Universo como um efeito de seu estado anterior e como a causa de um estado que se seguirá. Dada uma inteligência que pudesse abranger todas as forças pela qual a Natureza é animada e as respectivas situações dos seres que a compõe – uma inteligência suficientemente vasta para submeter estes dados à sua análise – poderia numa única fórmula incluir o movimentos dos maiores corpos do universo assim como o do mais leve dos átomos; para ela, nada seria incerto, e o futuro, assim como o passado, seriam presentes aos seus olhos. A mente humana oferece, na perfeição que conseguiu dar à astronomia, uma débil idéia desta inteligência. Suas descobertas em mecânica e geometria, adicionadas à gravitação universal, permitiram incluir nas mesmas expressões analíticas os estados passados e futuros dos sistemas do mundo. Aplicando o mesmo método a alguns objetos de seu conhecimento, ela teve êxito em relacionar a leis gerais fenômenos e em antecipar aqueles os quais dadas circunstâncias tem que produzir. Todos estes esforços na procura pela verdade tendem a levar-nos continuamente de volta à vasta inteligência que acabamos de mencionar, mas da qual estaremos sempre infinitamente afastados. Esta tendência, peculiar à raça humana, é o que a torna superior aos animais; e seu progresso neste ponto distingue nações e gerações e constitui suas verdadeiras glórias.

O ponto de vista newtoniano tinha contudo um problema. A filosofia de Descartes exercia uma profunda influência no pensamento da época, inclusive no pensamento do próprio Newton. De fato, o prestígio de Descartes era tão grande que Newton relutava em chamar a hipótese de ação à distância, presente na teoria da gravitação e inaceitável para Descartes, como algo mais profundo que uma mera hipótese matemática. Uma das bases da filosofia cartesiana é a dicotomia mente/matéria, que prega que mente e matéria fazem parte de domínios diferentes. O problema portanto é: como mente influencia no movimento da matéria, se realmente pertencem a domínios diferentes? A resposta ao dilema cartesiano, dentro do determinismo newtoniano, foi encontrada por Lameittre. Para Lameittre não existe a dicotomia, pois a mente humana nada mais é do que a consequência do complexo movimento das partículas que compõe o corpo humano. Desta forma, todos os sentimentos, sensações, idéias, pensamentos, seriam consequência da dinâmica newtoniana, e portanto determinados pelo estado do universo num dado instante. Para Lameittre, a liberdade humana era uma pura ilusão, e todos os homens se comportavam como uma complexa máquina sujeita às leis da física, como todos os outros objetos inanimados.

2.1 Limitações à descrição clássica

O modelo newtoniano dependia de algumas hipóteses essenciais para que fosse válido. Contudo, com a introdução do eletromagnetismo, estas hipóteses começaram a ser questionadas. O eletromagnetismo acaba com a idéia de que o universo é composto de partículas, que são elementos sólidos e indestrutíveis, com forma e massa imutáveis e que estas partículas seguem trajetórias bem definidas. A primeira grande diferença introduzida pelo eletromagnetismo é que, ao contrário da força gravitacional, que não precisava de um agente intermediário para carregar sua ação de um corpo massivo para outro corpo massivo, a força eletromagnética precisa de em tal agente intermediário: o campo eletromagnético. O campo eletromagnético passa a ser o mediador de interações entre partículas carregadas e, como tem momento e energia, tem uma realidade física.

A introdução de um objeto contínuo como o campo não foi a única dificuldade enfrentada pela visão newtoniana. O próprio eletromagnetismo mostrou que existe uma profunda incompatibilidade entre os conceitos de campo elétrico e magnético e o conceito de espaço e tempo da física newtoniana. Podemos ver esta incompatibilidade com uma experiência simples. Imaginemos, por exemplo, que uma carga elétrica se encontra em movimento, com velocidade \mathbf{v} , próximo a um ímã, como mostra a Figura 1 (a). A Lei de Ampère nos diz que uma carga elétrica em movimento

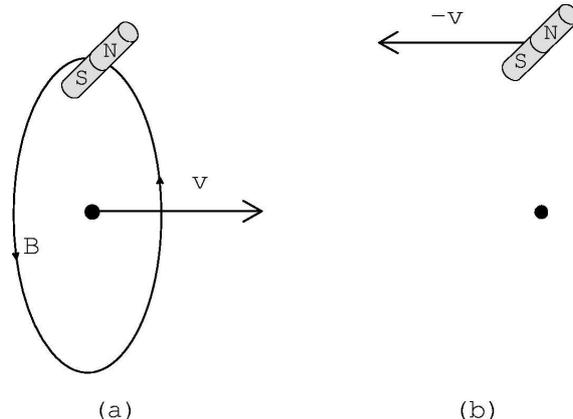


Figura 1: (a) Num referencial S uma carga elétrica com velocidade \mathbf{v} gera um campo magnético. (b) Em outro referencial S' a carga não gera um campo.

gera um campo magnético, e portanto o magneto sofre um torque devido a este campo. Por outro lado, imaginemos que estamos num referencial no qual a carga elétrica está em repouso, ou seja, passamos para um referencial S' com velocidade \mathbf{v} solidário à carga (Figura 1 (b)). No referencial S' a carga elétrica gera um campo elétrico, mas não gera um campo magnético. Com isto, neste referencial o magneto não sofre nenhum torque. Se num referencial o magneto percebe um torque e no outro, com velocidade constante em relação ao primeiro, não percebe o torque, então podemos usar esta experiência para distinguir entre si referenciais inerciais. Essa incompatibilidade do eletromagnetismo com as transformações de referenciais newtonianos levou à formulação da teoria da relatividade especial de Einstein. A relatividade especial acaba com o conceito de espaço e tempo newtonianos, que eram idênticos para todos os referenciais, e o conceito invariante em relatividade especial passa a ser o espaço-tempo [3].

Apesar das grandes mudanças conceituais, tanto o eletromagnetismo quanto a relatividade especial puderam ser bem adequadas à visão newtoniana. Isto deve-se ao fato de tanto o eletromagnetismo quanto a relatividade preservarem as estruturas determinísticas, que são, no fundo, a idéia básica por trás da física newtoniana. A existência de um objeto físico como o campo eletromagnético, que não é imutável e cuja forma muda no tempo (ao contrário das partículas), muda a concepção do mundo, mas não apresenta um grande obstáculo para a o determinismo newtoniano. As equações do eletromagnetismo clássico, incluindo o movimento de partículas carregadas sujeitas a campos eletromagnéticos, são determinísticas. De fato, o eletromagnetismo serviu para reforçar o ponto de vista de que as leis da Natureza seriam determinísticas, pois pôde ser facilmente unificado à já existente mecânica newtoniana. Por este motivo, ao se adicionar à física newtoniana o eletromagnetismo e a relatividade, a visão de mundo não teve que ser drasticamente alterada.

2.2 Determinismo e previsibilidade em física clássica

Antes de discutirmos as profundas mudanças trazidas pela física quântica, é conveniente discutirmos mais um pouco o conceito de determinismo em física clássica, uma vez que sua abolição será um dos principais pontos que levarão à visão quântica do mundo. O determinismo newtoniano, como dissemos, teve como grande aliado o tremendo poder de previsão, mostrado por exemplo nos estudos do movimento dos planetas no Sistema Solar. A observação de fenômenos aparentemente imprevisíveis, como o decaimento atômico, fez os físicos questionarem os modelos determinísticos para a Natureza. A crença entre os físicos era simples: se o comportamento de um sistema físico é completamente imprevisível, i.e. aleatório, como pode o comportamento deste sistema ser ditado por leis completamente determinísticas? Esta questão foi respondida somente em meados deste século, e pode ser reformulada da seguinte maneira: será que os sistemas clássicos são realmente

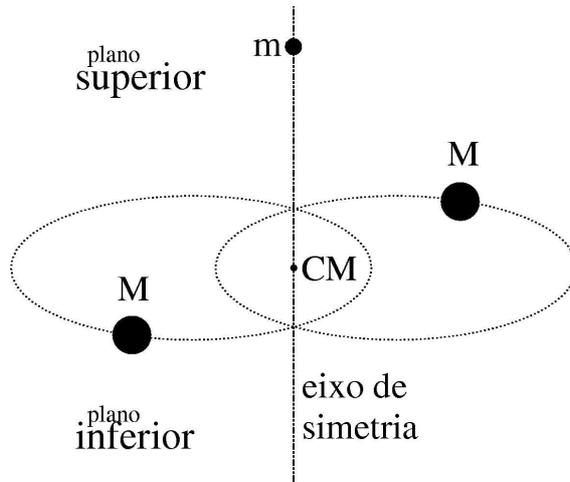


Figura 2: O problema dos três corpos na versão simplificada de A. Alekseev.

previsíveis? Para entendermos melhor esta questão, vejamos dois exemplos.

2.2.1 O problema dos três corpos

Na época de Newton, a esperança era de que a maior parte dos sistemas físicos fossem realmente previsíveis. Contudo, sinais de problemas já poderiam ser vistos até na época de Laplace. Por exemplo, ao estudar a estabilidade de sistemas planetários, Laplace conseguiu demonstrar que sistemas compostos de dois corpos, i.e. um Sol e um planeta, são estáveis. Ao tentar demonstrar a estabilidade de sistemas envolvendo mais de dois corpos, Laplace deparou-se com enormes problemas técnicos. Por exemplo, se acrescentasse mais um corpo ao problema anterior, por exemplo o Sol e mais dois planetas (este problema, por motivos óbvios, é chamado problema de três corpos), Laplace não conseguia resolver as equações de movimento. Apesar disso, Laplace acreditava que este era um problema que poderia ser resolvido no futuro. Somente para comentarmos sobre a dificuldade envolvendo este problema, uma resposta foi obtida somente no meio deste século pelo matemático russo V. I. Arnold, e sua resposta estava longe do que Laplace imaginava: podemos somente afirmar que existe uma *probabilidade*, diferente de um, de que o sistema seja estável ou não.

Para melhor compreender as sutilezas envolvidas no problema dos três corpos, consideremos uma versão simplificada. Seja \mathcal{S} o sistema mostrado na figura abaixo, composto de duas massas idênticas M que orbitam em torno do centro de massa CM e de uma outra massa m considerada muito pequena em relação a M , como mostra a Figura 2. Como $m \ll M$, podemos supor que m não influi no movimento das outras duas M . A massa m é colocada inicialmente no eixo de simetria perpendicular ao plano da trajetória das massas M e passando por CM . Por ser um eixo de simetria, as componentes no plano perpendicular ao eixo das forças gravitacionais atrativas das massas M se anulam, e m se mantém sempre neste eixo. Contudo, sempre existe uma componente resultante na direção deste eixo e com sentido apontando para CM . Esta força faz com que a massa m oscile no eixo de simetria em torno do ponto CM .

O matemático russo A. Alekseev estudou o problema dos três corpos do ponto de vista da teoria de sistemas dinâmicos. Para tal, em vez de estudar as trajetórias da partícula m em termos de coordenadas generalizadas contínuas, ele criou uma “trajetória simbólica” para esta partícula que tem a vantagem de ser mais facilmente tratável do ponto de vista matemático. Esta trajetória simbólica é criada da seguinte maneira. Imaginemos que um físico, em seu laboratório, mede a posição da partícula a cada intervalo de tempo Δt fixo. Como este físico é preguiçoso, ao invés de anotar a posição exata da partícula a cada intervalo Δt ele anota somente se a partícula se

Tempo	Posição
Δt	+
$2\Delta t$	-
$3\Delta t$	-
$4\Delta t$	+
$5\Delta t$	-
\vdots	\vdots

Tabela 1: Trajetória simbólica de um sistema que pode assumir os valores + e -.

encontra na parte superior do plano gerado pelas órbitas das M ou na parte inferior deste plano. Se m estiver na parte superior, ele anota o sinal +. Se m estiver na parte inferior, ele anota o sinal -. Com isto, o físico obtém como dados que podem ser apresentados como na Tabela 1. Esta tabela pode ser escrita de maneira abreviada como uma sequência de sinais + e -, uma vez que os intervalos de tempo da medida são sempre iguais. Por exemplo, a tabela acima pode ser escrita como $S = (+ - - + - + \dots)$. S é chamada trajetória simbólica do sistema.

Usando as leis de Newton e a força gravitacional newtoniana, Alekseev pôde demonstrar o seguinte teorema.

Teorema (Alekseev): Existem energias para o sistema M , M e m nas quais a partícula m está num estado ligado e de tal forma que a trajetória simbólica S é isomorfa a uma trajetória de entropia máxima.

Vamos traduzir o que quer dizer o teorema acima. Uma trajetória S é isomorfa a outra trajetória S' se elas representam processos praticamente idênticos, ou seja, se não conseguimos encontrar nenhuma propriedade adequada que permita distinguir S de S' . Em suma, se S e S' são isomorfas, então representam o mesmo processo físico.

E o que significa uma trajetória de entropia máxima? Uma trajetória tem entropia máxima quando ela apresenta máxima imprevisibilidade. Um exemplo é um jogo de caras e coroas. Jogamos uma moedinha para cima em intervalos de tempo Δt . Para cada jogada, podemos obter ou cara ou coroa. Se for cara, escrevemos numa folha de papel o símbolo +; se for coroa escrevemos -. A trajetória simbólica gerada pelo jogo de caras ou coroas é algo do tipo $(+ + - - - + \dots)$. Como não podemos prever o resultado de uma jogada da moedinha, não podemos prever como será a sequência de + e - a partir de seus valores iniciais. Portanto esta sequência é completamente imprevisível, e tem entropia máxima.

Voltemos agora ao Teorema de Alekseev, traduzindo nos termos mais intuitivos dados nos parágrafos acima. O Teorema nos diz que as trajetórias simbólicas geradas pelo problema de três corpos são indistinguíveis de trajetórias geradas por um jogo de cara-coroa. Em outras palavras, o comportamento do corpo m é completamente imprevisível!

2.2.2 O Bilhar de Sinai

No exemplo acima, do problema de três corpos, nos deparamos com algo que parece um absurdo: temos uma dinâmica completamente determinística (leis de Newton mais Gravitação Universal) e a trajetória do sistema é completamente imprevisível. Como podemos entender este problema?

Uma possível maneira de tentarmos entender o problema é se lembrarmos que nos limitamos a trajetórias muito grosseiras, pois tudo o que sabíamos era se a partícula m estava no plano superior ou inferior. Será que não recuperamos a previsibilidade se refinarmos nossa trajetória? A resposta para esta questão pode ser dada no âmbito de outro sistema experimental conhecido como o Bilhar de Sinai.

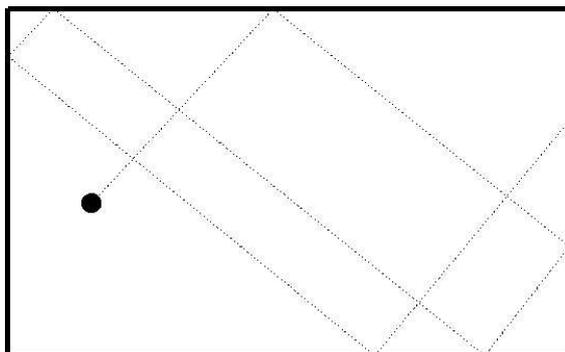


Figura 3: Trajetória típica de uma bolinha de bilhar numa mesa retangular.

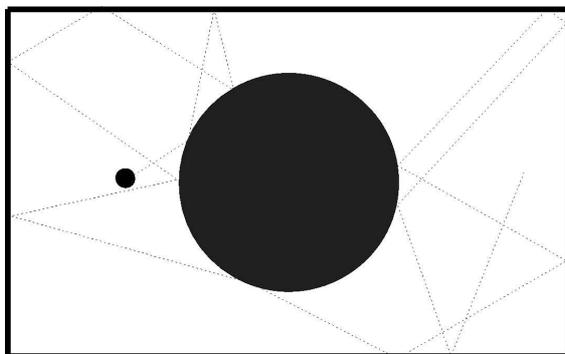


Figura 4: Bilhar de Sinai, consistindo de uma mesa de bilhar na qual um anteparo circular é introduzido em seu interior. Uma possível trajetória para a bolinha de bilhar é mostrada.

Consideremos uma mesa de bilhar retangular na qual colocamos em seu interior somente uma bolinha de bilhar. Esta bolinha segue uma trajetória em linha reta quando está na mesa, e quando encontra sua borda sofre uma reflexão especular (isto é, o ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência, ambos medidos em relação à normal da borda), como mostra a Figura 3. A trajetória da bolinha na Figura 3 é aparentemente previsível, e de fato sua previsibilidade pode ser demonstrada. O movimento da bolinha na mesa retangular é tão simples que, dada uma condição inicial arbitrária, pode-se demonstrar que a trajetória irá se fechar sobre ela mesma, ou seja, após um determinado tempo finito a trajetória começará a se repetir periodicamente. Se a trajetória se repete depois de algum tempo, então se sabemos um pedaço finito da trajetória podemos prever o futuro. Este é um caso no qual o sistema é previsível e determinístico, e reflete o comportamento que Laplace desejava para os sistemas newtonianos.

Examinemos agora um sistema ligeiramente mais complicado do que aquele apresentado na Figura 3. Imaginemos uma mesa de bilhar idêntica à da Figura 3, mas no interior da qual colocamos um anteparo convexo (Figura 4). A simples inserção do anteparo convexo torna a trajetória bem mais complicada, como pode ser visto na Figura 4. Mas quão complicada? A primeira resposta nesta direção foi dada pelo matemático russo Ya. Sinai, que demonstrou o seguinte teorema:

Teorema (Sinai): A trajetória de uma partícula sujeita a reflexões especulares pelas paredes de uma mesa de bilhar e por uma superfície convexa em seu interior nunca se repete (é ergódica).

Em outras palavras, o que o Teorema de Sinai mostra é que a previsibilidade destas trajetórias

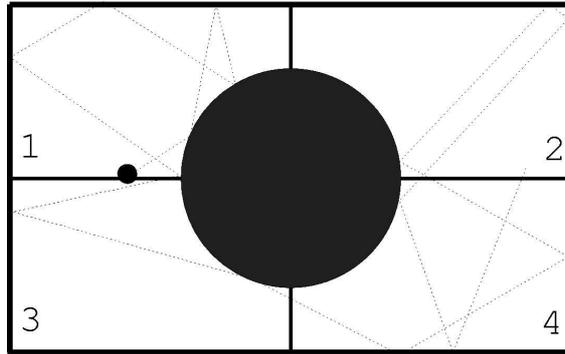


Figura 5: Bilhar de Sinai dividido em quatro células, marcadas com os números 1, 2, 3 e 4.

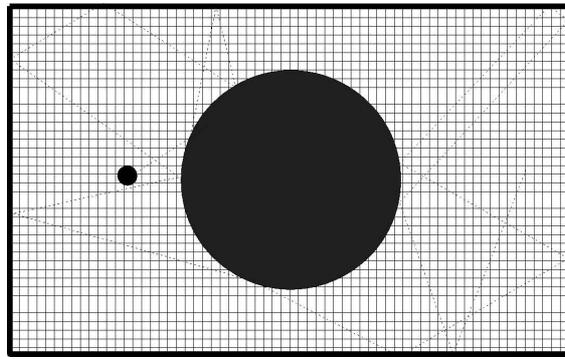


Figura 6: Bilhar de Sinai dividido em várias células pequenas.

é muito mais complexa do que no caso anterior, pois agora não podemos somente observar a trajetória um dado período de tempo e com isso concluir sobre seu futuro. Mas o quão imprevisível é este sistema?

Para tentar entender o quão imprevisível é o sistema, o matemático americano Donald Ornstein utilizou a idéia de trajetória simbólica que Alekseev com muito sucesso usou para demonstrar a imprevisibilidade do problema de três corpos [4]. Contudo, Ornstein vou adiante. Ele imaginou o seguinte. Podemos pegar a mesa de bilhar da Figura 4 e dividi-la em, por exemplo 4 pedaços, como mostramos na Figura 5. Podemos agora medir a posição da partícula perguntando em que célula ela está a cada intervalo de tempo Δt . Por exemplo, para um dado intervalo de tempo Δt a trajetória simbólica da partícula na Figura 5 poderia ser $S = (1, 1, 3, 4, 4, 2, \dots)$. Obviamente, se escolhermos um Δt maior, poderíamos até ter como trajetória $S = (1, 4, 2, \dots)$. Quanto mais curto for o intervalo de tempo, melhor conhecemos sobre a trajetória da partícula. Está claro que esta idéia pode ser generalizada para células cada vez menores, como por exemplo as células mostradas na Figura 6. Com as células menores, o que muda é a maneira como escrevemos a sequência simbólica S , que agora pode ser algo como uma sequência de números cada um representando uma célula, e também o quão bem conhecemos esta trajetória, pois células menores nos permitem observar mais detalhes. Claro, se aumentamos o número de células aumentamos as possibilidades para trajetórias simbólicas.

Mas o que significa, intuitivamente, esta divisão do espaço em células cada vez menores? Lembremos que se quisermos medir a trajetória da partícula, temos que dizer em que posição a partícula está a cada instante de tempo. Mas a posição *exata* da partícula nunca é conhecida, pois todo o processo de medida tem um erro. É impossível, num laboratório, medirmos alguma grandeza com

precisão absoluta². Portanto, ao dividirmos a mesa em células não perdemos nenhuma informação física, pois podemos fazer as células tão pequenas quanto quisermos e com erro até menor que a precisão dos aparelhos experimentais disponíveis. As células tem uma interpretação imediata: elas representam um erro experimental.

Ao estudar o Bilhar de Sinai com da maneira exposta nas Figuras 5 e 6, Donald Ornstein comparou o movimento gerado por duas dinâmicas diferentes. Primeiro ele estudou trajetórias geradas por dinâmicas determinísticas, em particular trajetórias geradas por reflexões especulares, do tipo que Sinai estudou, onde o ângulo de reflexão é idêntico ao ângulo de incidência, ambos medidos em relação à normal à superfície de reflexão. Esta dinâmica é determinística porque o ângulo de incidência, que pode ser pensado como, junto com a posição, o estado da partícula imediatamente antes da colisão, determina univocamente o estado da partícula depois da colisão, i.e., o ângulo de reflexão. Ornstein também estudou dinâmicas probabilística ou não-determinísticas, onde o ângulo de reflexão não é mais determinado univocamente a partir do ângulo de incidência, mas tem uma distribuição de probabilidades. Por exemplo, no modelo probabilístico se o ângulo de incidência é θ então o ângulo de reflexão pode ser θ' diferente de θ , e uma probabilidade é dada para cada valor de θ' possível. Ao estudar estes dois modelos, Ornstein conseguiu demonstrar o seguinte teorema.

Teorema (Ornstein): *É impossível distinguir por observação, dada uma precisão experimental diferente de zero, entre o modelo probabilístico e o modelo determinístico de um Bilhar de Sinai.*

O que o Teorema de Ornstein mostra é que por causa do erro experimental e do comportamento altamente complicado do Bilhar de Sinai, somente observando o sistema, não importa com que precisão nem por quanto tempo, não conseguiremos nunca dizer se a dinâmica por trás deste sistema é determinística ou não-determinística. Portanto, existem casos em que não somente o comportamento é imprevisível se a dinâmica por trás for determinística, mas é impossível dizer se a dinâmica é realmente determinística somente observando o sistema.

Para resumir o que vimos nesta Seção, os avanços na compreensão da matemática de sistemas dinâmicos mostrou que, mesmo se a dinâmica destes sistemas for determinística, podemos encontrar casos tão complicados que o comportamento do sistema é completamente imprevisível. Na verdade, mais do que isso: podemos encontrar sistemas cujo comportamento é tão complicado que nunca conseguiríamos decidir se este sistema se comporta de maneira complicada porque a dinâmica que rege este sistema é probabilística, introduzindo constantemente fatores aleatórios no comportamento, ou se a dinâmica é determinística. Voltaremos à questão de determinismo versus não-determinismo quando discutirmos a mudança de visão de mundo oriunda da física quântica, que apresentaremos na seção seguinte.

3 A Revolução Quântica

Se o eletromagnetismo e a relatividade não abalaram a visão newtoniana, o mesmo não pode ser dito sobre a Mecânica Quântica. A Mecânica Quântica foi a teoria que surgiu de uma série de experiências feitas no final do século passado e começo deste século. Estas experiências mostraram que a visão de mundo newtoniana estava em profunda discordância com a maneira com que a Natureza se comporta. Nesta seção vamos descrever sucintamente as descobertas e idéias que culminaram na física quântica. Um excelente apanhado histórico sobre a história da descoberta do raio-X e do começo da MQ pode ser encontrado em Pais [5].

²Esta imprecisão na medida não tem nenhuma relação com as imprecisões de medida imposta pelo princípio da incerteza de Heisenberg, que discutiremos adiante. Elas refletem o simples fato de que um aparelho experimental tem suas limitações, e nunca conseguimos medir uma grandeza com infinitas casas decimais.

3.1 A descoberta do raio-X

Na tarde de 8 de novembro de 1895 o físico alemão Wilhelm Roentgen suspeitou da existência de um novo fenômeno. Ao fazer experiências com raios catódicos, produzidos por uma descarga elétrica de alta tensão numa ampola na qual se retirou grande parte do ar, percebeu, por acaso, que uma folha de cartolina pintada de platinocianato de bário emitia uma tênue luz branca. Durante as poucas semanas que se seguiram, Roentgen dedicou-se a investigações experimentais intensivas. Ele verificou que a luminosidade na cartolina persistia se ele a distanciasse da ampola, e percebeu que obtinha luminosidade mesmo se virasse a cartolina de costas. Isto levou-o a testar se o tipo de fenômeno que ele observava emanando da ampola de raios catódicos também poderia penetrar outros objetos, verificando que cada material tinha uma transparência diferente. Ao experimentar com diferentes objetos, Roentgen descobriu que a sombra produzida pela sua mão era fraca, mas que seus ossos apareciam com clareza. Estas investigações culminaram no dia 22 de dezembro de 1895 quando Roentgen levou sua esposa para o laboratório e fez fotografias de raios X de sua mão. A divulgação destes resultados foi, em todos os sentidos, sensacional. A primeira comunicação da descoberta foi feita em 28 de dezembro para os editores da Sociedade de Física e Medicina de Würzburg, Alemanha, através de um artigo histórico intitulado “A Respeito de um Novo Tipo de Raios: Comunicação Preliminar.” Em seu artigo, Roentgen chama raios-X as emanções do tubo de raios catódicos, uma vez que a origem destes raios lhe era completamente misteriosa e diferente da dos raios catódicos, descobertos por Lenard anteriormente. Algumas das fotos que Roentgen tirou foram expostas perante a Sociedade de Física de Berlin em 4 de Janeiro de 1896. Já pelo quinto dia de janeiro a história já tinha sido descoberta pelos jornais de Viena e nos dias seguintes espalhou-se mundo afora. Hoje, o raio-X é utilizado para diversas finalidades, desde a medicina até o estudo de estruturas ou a autenticação de instrumentos musicais antigos.

3.2 Radioatividade

A radioatividade foi descoberta acidentalmente, a partir de experiências conectadas com fenômenos similares àqueles observados com os raios-X. Vários físicos descobriram que corpos fosforescentes expostos à luz solar emitiam um tipo de radiação similar ao raios-X. No começo de 1896, ao tentar uma experiência deste tipo, Henri Becquerel descobriu que espécies de urânio e potássio que estava usando emitiam radiação mesmo quando mantidas no escuro. Logo depois, ele descobriu que a emissão de radiação pelo urânio era mais ou menos independente do estado de combinações químicas com outras substâncias e que não existia nenhuma ligação entre o fenômeno de radiação e fosforescência, o assunto inicial de suas investigações. Ele também encontrou que a radiação emitida era mais ou menos independente da temperatura do composto de urânio. Pouco depois, o elemento rádio foi descoberto pelo casal Curie, e em poucos anos o mundo da física estava mudado para sempre. Uma série de descobertas importantes seguiram-se. Os átomos, que eram considerados indivisíveis, foram descobertos, por J. J. Thompson, ser compostos de ao menos uma nova partícula, o elétron. Disto seguiu-se a descoberta do próton e, bem depois, do nêutron. Várias partículas nucleares e subnucleares que compõe a matéria foram descobertas e continuam a ser descobertas. Sabe-se hoje em dia que não só os átomos são compostos de partículas como o próton e o nêutron, mas os próprios prótons e nêutrons são compostos de outras partículas ainda menores, os quarks dos quais um exemplo é o quark top.

A descoberta da radioatividade também introduziu um novo problema na física. Estudos mostraram que a quantidade de radiação emitida por uma substância radioativa diminuía exponencialmente com o tempo. Como explicar esta mudança na taxa de emissão de radiação? O modelo proposto era simples. Uma vez que um átomo emite radiação, este átomo deixa de ser radioativo. Imagine que começamos com uma amostra tendo N_0 átomos radioativos, e suponhamos que a cada intervalo de tempo, uma determinada porcentagem destes átomos emitam alguma forma de radiação. Suponhamos que após um tempo Δt , o número de átomos radioativos tenha reduzido pela metade, ou seja, temos $N_0/2$ átomos radioativos. O modelo agora supõe que os $N_0/2$ átomos radioativos restantes também se reduzirão pela metade se um novo intervalo de tempo Δt passar. Com isto, obtemos que o número de partículas radioativas se comporta como na Tabela 2. Com

Tempo	No. de Partículas Radioativas
0	N_0
Δt	$N_0/2$
$2\Delta t$	$N_0/4$
$3\Delta t$	$N_0/8$
\vdots	\vdots

Tabela 2: Número de partículas radioativas como função do tempo, medido em intervalos Δt .

isto, notamos que o número de partículas radioativas decresce numa progressão geométrica. Mas a quantidade de radiação emitida é proporcional ao número de partículas radioativas, e portanto esta quantidade também decai numa progressão geométrica, que é o caso limite de um decaimento exponencial, verificado experimentalmente.

Qual é o problema introduzido pelo modelo de decaimento exposto acima? O problema é que este modelo supõe que o número de partículas que decai num intervalo de tempo Δt é proporcional ao número de partículas radioativas neste intervalo de tempo, e independe de qualquer outro fator. Ou seja, o número de partículas que emitem radiação num dado instante independe do passado, sendo completamente probabilístico! De fato a derivação da lei de decaimento exponencial exposta acima já era, no começo deste século, bem conhecida pelos matemáticos trabalhando em estatística. Como explicar um comportamento tipicamente probabilístico num contexto de física newtoniana, onde tudo é determinístico? O decaimento radioativo começou a sugerir que talvez a Natureza não fosse determinística, como ditava a mecânica Newtoniana.

3.3 A hipótese de Plank

A hipótese de Plank surgiu de eventos que são, aparentemente, não relacionados ao problema imposto pela radioatividade e apresentados na Seção anterior. É um fato bem conhecido que, se aquecermos bastante uma barra metálica, notamos que ela começa a emitir uma luz de cor vermelha. Se aumentarmos ainda mais a temperatura desta barra, esta cor começa a mudar de vermelho para laranja (ou, dependendo da temperatura, até para amarelo). Para tentar entender este fenômeno, os físicos começaram a estudar determinados sistemas chamados corpos negros. Um corpo negro é basicamente um forno no qual podemos inserir luz mas do qual a luz não pode sair. Se o corpo estiver inicialmente a uma temperatura zero, ele não emitirá nenhuma luz. Isso pode ser explicado classicamente pelo fato de que as paredes do forno (corpo negro) são compostas de pequenos osciladores que emitem luz quando tem energia. Pela lei da equipartição da energia, se a temperatura é zero, estes osciladores tem energia zero, e portanto não emitem luz. Por outro lado, se começarmos a aquecer o forno, os osciladores da parede do forno começam a oscilar, e segundo o eletromagnetismo clássico eles tem que emitir ondas eletromagnéticas, ou seja, luz. Esta luz emitida pelo forno é conhecida como “radiação de corpo negro”.

Uma questão foi então colocada por Rayleigh e Jeans no fim do século passado: podemos usar o eletromagnetismo clássico para prever a cor do forno em função da temperatura? Para isto, Rayleigh e Jeans calcularam, usando o eletromagnetismo clássico e a lei de equipartição de energia, qual deveria ser a distribuição de cores de um forno, i.e., qual deveria ser a intensidade de luz para cada uma das cores. Isso seria o suficiente para prever a temperatura de um corpo a partir de sua cor ou vice versa. Contudo, ao fazerem seus cálculos, Rayleigh e Jeans encontraram um resultado surpreendente: não só o eletromagnetismo clássico falhava miseravelmente em prever as cores, como também previa que a energia da luz dentro do forno seria *infinita*. Obviamente algo deveria estar errado.

A solução para este problema foi encontrada em 1900 por Max Plank. A idéia básica de Plank foi a de que os osciladores das paredes do corpo negro (forno) não poderiam emitir uma quantidade

qualquer de energia, mas a energia emitida por cada oscilador tinha que ser um múltiplo de $h\nu$, onde ν mede o quão rápido o oscilador oscila (sua frequência) e h é uma constante. Isso levou Plank a concluir que as radiações eletromagnéticas emitidas pelo forno também tinham que ter energia dada por múltiplos de $h\nu$ para cada valor de oscilação do campo. Com esta hipótese de que a energia do sistema era dada em pedaços inteiros de $h\nu$, Plank conseguiu derivar uma expressão para a radiação de corpo negro que correspondia exatamente ao valor medido no laboratório. É importante ressaltar que a hipótese de Plank difere da física clássica newtoniana, pois na física clássica a energia pode assumir qualquer valor. Contudo, para Plank esta era uma pura hipótese matemática, usada para derivar a expressão correta. Nas palavras de Plank, sua hipótese foi:

Um ato de desespero...
uma explicação teórica tinha que ser suprida qualquer que fosse seu custo, independente do preço.

3.4 O fóton

Plank acreditava que sua hipótese era puramente matemática. Einstein, no entanto, derivou a expressão de Plank para a radiação do corpo negro de uma forma puramente probabilística, supondo para tal que os fótons são partículas de energia $h\nu$. Por este motivo, Einstein ficou convencido de que o fato da energia ser quantizada não era um mero artifício matemático usado para obter um resultado. Para Einstein a radiação era na verdade composta de partículas, e não de ondas, como pregava o eletromagnetismo clássico. Em sua opinião, os fenômenos ondulatórios eram resultado de um comportamento coletivo destas partículas que formavam a luz. Usando esta hipótese, de que a luz era composta por partículas, chamadas fótons, Einstein conseguiu explicar o efeito fotoelétrico, trabalho pelo qual recebeu o Premio Nobel de Física.

É interessante notar que a hipótese de Einstein foi recebida com grande ceticismo pela comunidade de físicos. Vejamos, por exemplo, no texto de Plank, Nerst, Rubens e Warbur, propondo Einstein para a Academia Prussiana de Ciências [?]:

Sumarizando, podemos dizer que dificilmente existe dentre os grandes problemas, dos quais a física moderna está cheia, algum que Einstein não tenha feito uma contribuição memorável. O fato dele ter errado o alvo em suas especulações, como por exemplo na hipótese dos quanta de luz, não pode ser de fato usado contra ele, uma vez que não é possível introduzir novas idéias, mesmo nas mais exatas das ciências, sem algumas vezes tomar algum risco.

3.5 Os modelos atômicos

Em 1911, numa famosa experiência, Rutherford bombardeou finas folhas compostas de átomos de ouro com partículas α (partículas carregadas positivamente). Estudando o movimento destas partículas α , Rutherford pode concluir que a matéria era composta, na sua maior parte, de espaço vazio, e que existiam pequenos caroços de carga positiva. Para explicar seus resultados experimentais, Rutherford propôs que a matéria era composta de átomos, e que estes átomos eram como se fosse pequenos sistemas solares, com um núcleo (onde a maior parte de sua massa estaria concentrada) carregado positivamente e com partículas negativas girando ao redor.

O modelo de Rutherford explicava extremamente bem os resultados das experiências. Contudo, ele tinha um grande problema. Se o elétron gira em torno do núcleo, ele está num movimento parecido com o de um oscilador. Mas se ele está oscilando, então ele teria que emitir radiação eletromagnética, como prevê as leis do eletromagnetismo. Ao emitir radiação, o átomo perderia parte de sua energia. Esta energia seria fornecida pelo elétron, que para compensar teria que descer para uma órbita mais próxima do núcleo. Contudo, o elétron estaria sempre oscilando, e portanto sempre emitindo energia. A conclusão a que chegamos é que depois de algum tempo o elétron cairia no núcleo. Usando as leis da física clássica, podemos calcular quanto tempo demoraria para o elétron cair no núcleo, e este tempo é extremamente pequeno. Portanto, chegamos à conclusão absurda de que é impossível que o átomo seja estável!

A solução deste problema foi proposta por Bohr, através de uma série de postulados. Para explicar a estabilidade, Rutherford assumiu que as órbitas dos átomos tinha que ter energia fixa, múltiplo de h , a constante de Plank. Além disso ele assumiu que para um átomo passar de uma órbita para outra, ele teria que ou ceder ou receber energia, e esta energia teria que ser sempre um múltiplo de $h\nu$. Com esta hipótese, Bohr foi capaz de explicar praticamente todos os resultados experimentais relativos ao espectro do átomo de hidrogênio.

Numa refinação ao modelo de Bohr, Sommerfeld em 1916 propos que a ação, uma grandeza relacionada à orbita do elétron, teria que ser quantizada, também em múltiplos de h . Com este modelo, Rutherford conseguiu fazer correções relativísticas ao átomo de hidrogênio, melhorando os resultados obtidos pelo modelo de Bohr.

3.6 A dualidade onda-partícula

Em 1923 Lois de Broglie, em sua tese de doutorado, usou o seguinte argumento. A luz se comporta como onda, como mostram as equações de Maxwell do eletromagnetismo, ou como mostram as experiências de difração de Young. Por outro lado, a luz também se comporta como partícula, como mostra o efeito fotoelétrico, explicado por Einstein, ou o efeito Compton. Se a luz tem esta “dualidade onda-partícula”, ora se comportando como onda, ora se comportando como partícula, será que a matéria também não tem o mesmo comportamento?

Com isto, de Broglie postulou que, assim como a luz, os elétrons e as chamadas partículas subatômicas também tem este caráter dual. Da mesma forma que a luz ora se comporta como partícula ora como onda, os elétrons também devem se comportar ora como partículas ora como ondas. De Broglie postulou que existia uma forma ondulatória representando as partículas e, a partir de argumentos de invariância relativística, demonstrou que o momento da partícula estaria relacionado ao comprimento de onda relacionado à esta partícula pela expressão $\lambda = h/mv$.

Que os elétrons se comportavam como partículas, isso já era sabido devido às experiências realizadas por J. J. Thompson. Faltava a verificação experimental do comportamento ondulatório dos elétrons. O comportamento ondulatório foi verificado experimentalmente alguns anos após de Broglie formular sua hipótese, ao se observar a difração de elétrons em redes cristalinas.

3.7 A mecânica matricial e a mecânica ondulatória

Em 1925, Werner Heisenberg argumentou que o problema da física atômica era que muitos dos conceitos newtonianos estavam tacitamente sendo usados. Para Heisenber, estes pré-conceitos não tinham lugar em física, que deveria se preocupar somente com quantidades observáveis em laboratório, e não em tentar adequar os resultados experimentais à nossa maneira (newtoniana) de pensar. Baseado nesta idéia, Heisenberg criou uma nova forma de mecânica, a mecânica matricial, cujo objetivo era buscar relações entre os resultados obtidos em laboratório e que eram portanto observáveis. Qualquer grandeza física que não pudesse ser observada, para Heisenberg, era metafísica, e não deveria fazer parte do trabalho do físico.

Um ano depois, em 1926, Erwin Schroedinger propos, partindo da dualidade onda partícula de de Broglie, uma equação de onda para o elétron. A equação de de Broglie descrevia bem o elétron, mas ela não incluía a possibilidade de presença de interações, como é o caso do átomo de hidrogênio, onde o elétron é atraído para o núcleo por uma interação eletromagnética. A equação de onda de Schroedinger permitia obter os níveis de energia do átomo de hidrogênio a partir do cálculo de uma função matemática, a função de onda ψ . Algum tempo depois, mostrou-se que a mecânica matricial e a mecânica ondulatória eram, na verdade, maneiras diferentes de se escrever a mesma teoria.

3.8 A interpretação de Born

A equação de Schroedinger descrevia bem os níveis de energia do Hidrogênio assim como uma série de outros fenômenos físicos. Mas uma questão restava. O que ela estava de fato descrevendo? O que era a onda ψ ?

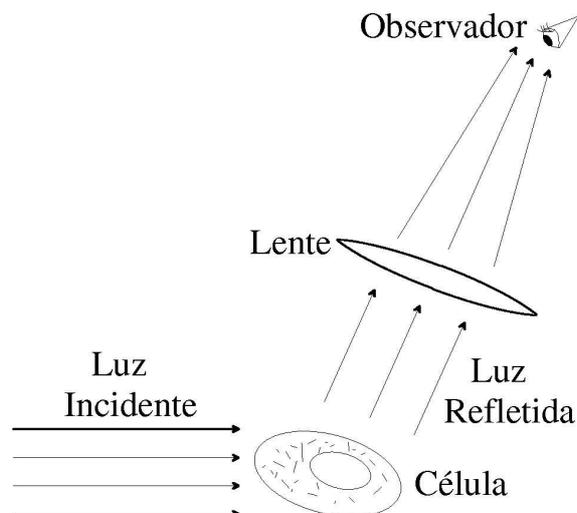


Figura 7: Esquema de um microscópio óptico utilizado para se observar uma célula. A luz é refletida pela célula e depois é concentrada por uma lente até o observador.

Em 1926 Born propôs uma interpretação probabilística para a função de onda ψ . Para Born, a função de onda não poderia ter uma interpretação direta, pois a equação de Schrödinger implica que ψ é uma função complexa. Born propôs então utilizar o módulo ao quadrado de ψ , $|\psi|^2$, este sim um número real, com possibilidade de ter um significado físico. A proposta de Born foi interpretar $|\psi|^2$ como uma densidade de probabilidade. Com isso, $|\psi(x, t)|^2 dx$ representaria a probabilidade de encontrar a partícula entre x e $x + dx$ no instante t se uma medida for efetuada. Um ponto torna-se importante aqui. $|\psi(x, t)|^2 dx$ representa a probabilidade de encontrar a partícula *se uma medida for feita*, e não a probabilidade da partícula *estar* na posição. Born mostrou que de fato ψ mede a potencialidade das partículas, e que no mundo quântico não poderíamos falar na partícula estar nesta ou naquela posição a menos que fizéssemos uma medida, como no caso da fenda dupla, que discutiremos mais adiante.

3.9 O Princípio da Incerteza de Heisenberg

A interpretação de Born foi corroborada pela descoberta, em 1927, por Heisenberg, das relações de incerteza. Heisenberg mostrou que, devido à quantização da energia e do momento, é impossível se criar um arranjo experimental onde se consiga determinar simultaneamente o momento e a posição de uma partícula.

Por exemplo, Heisenberg se perguntou o que acontece se tentarmos determinar a posição de um elétron? Para determinarmos a posição do elétron, temos que observá-lo, temos que ter um aparelho experimental que consiga “olhar” o elétron. Podemos fazer isso, por exemplo, com um microscópio. Para entender o problema, imaginemos primeiro o caso de um microscópio comum, no qual tentamos observar um objeto macroscópico, como por exemplo uma célula. O esquema do microscópio pode ser visto na Figura ?? . Seu princípio de funcionamento é relativamente simples. Uma fonte luminosa projeta luz sobre a célula e parte desta luz é refletida. A luz refletida é depois captada por uma lente e concentrada no ponto de observação, que pode ser o olho humano ou uma câmara fotográfica. A resolução do microscópio, isto é, o tamanho dos objetos que ele consegue enxergar, depende de alguns fatores. Por exemplo, a luz, que é classicamente uma onda, tem que ter comprimento de onda menor do que o objeto sendo observado. Se ela tiver comprimento de onda maior, efeitos de interferência surgirão que irão distorcer a imagem. Este problema pode ser facilmente resolvido usando uma luz com comprimento de onda cada vez menor, para aumentar a resolução.

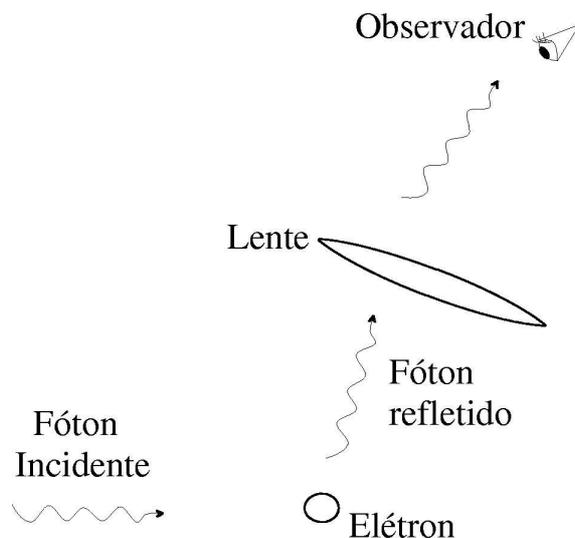


Figura 8: Microscópio concebido para medir a posição de um elétron.

Usemos agora o mesmo microscópio para observar um elétron. Como o elétron é uma partícula muito pequena, ele não vê a luz como uma onda, mas percebe que a luz também é composta de pequenas partículas, os fótons, que mencionamos anteriormente. O microscópio para observar elétrons é mostrado na Figura ???. Qual a principal diferença entre a observação do elétron e da célula? A grande diferença é que como o fóton é visto como uma partícula, quando ele colide com o elétron, muda sua velocidade. Isso é análogo a duas bolas de bilhar se chocando: quando por exemplo a bola branca colide com a bola vermelha, esta última, que estava em repouso, ganha velocidade. Em suma, quando o fóton bate no elétron, determinando sua posição, o fóton acaba modificando a velocidade do elétron. E o que acontece se tentarmos diminuir o efeito do fóton sobre a velocidade? A única maneira de se diminuir o efeito do fóton, é se aumentarmos seu comprimento de onda, porque o quanto o fóton perturba o elétron, i.e., o quanto ele muda sua velocidade, é proporcional a h/λ , onde h é a constante de Plank e λ é o comprimento de onda (esta é uma das relações de de Broglie). Mas se aumentamos seu comprimento de onda, diminuimos a resolução do microscópio. Com isto concluímos que se tentarmos diminuir o quanto a velocidade é modificada, aumentamos o erro sobre a posição da partícula. Em outras palavras, uma incerteza menor na velocidade (causada pela perturbação que o fóton sempre faz) implica numa incerteza menor na posição. Nunca conseguimos medir posição e velocidade ao mesmo tempo.

Mostrando vários exemplos similares ao do microscópio, Heisenberg argumentou que momento (definido como o produto da velocidade com a massa da partícula) e posição não eram simultaneamente observáveis, pois se conhecemos uma grandeza com precisão absoluta, então a outra grandeza é completamente desconhecida. No exemplo do microscópio, para conhecermos a posição com precisão absoluta, temos que usar uma onda com comprimento λ zero, e isso implica em uma perturbação infinita na velocidade. Como consequência, não podemos falar de maneira objetiva que momento e posição *existem* simultaneamente.

3.10 Complementariedade e a experiência da fenda dupla

Comentamos anteriormente que de Broglie sugeriu que o elétron tem caráter dual, ou seja, às vezes se comporta como onda, às vezes como partícula. Este caráter dual contém, segundo o físico americano Richard Feynmann, *o único mistério* da física quântica. Para entender este mistério, vamos estudar a experiência da fenda dupla, seguindo um caminho muito similar ao de Feynmann em seu famoso livro *The Feynman Lectures on Physics*. Primeiro estudaremos esta experiência do ponto de vista da física newtoniana. Posteriormente veremos o que a física quântica tem a dizer

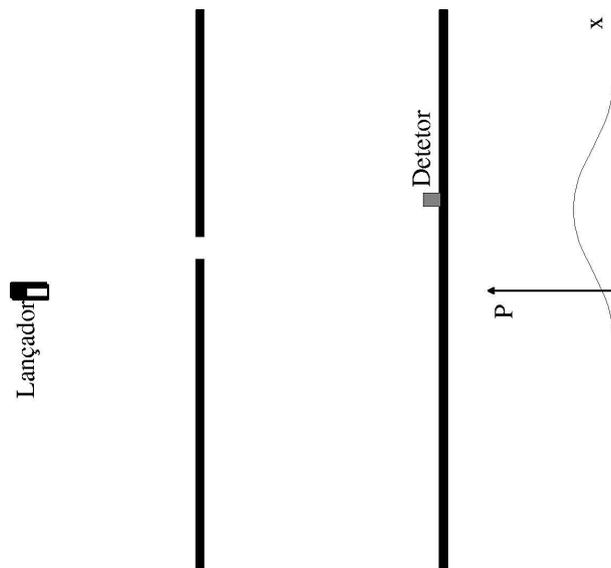


Figura 9: Experiência da fenda simples com partículas clássicas.

sobre esta experiência.

Começemos com o exemplo de partículas clássicas. Imaginemos um sistema como o mostrado na Figura 9, conhecido como fenda simples. Neste sistema um lançador de bolas de futebol, do tipo usado para treinar goleiros, lança bolas em várias direções e velocidades. Em frente ao lançador é colocada uma parede que contém uma pequena fenda, maior que o tamanho da bola, mas não muito maior. Finalmente, uma outra parede é colocada, onde posicionamos um detector de bolas (por exemplo, um cesto no qual podemos acumular bolas). Como esperamos ser o resultado desta experiência? Primeiro, como nem sempre a bola é lançada na mesma direção, esperamos que algumas vezes ela passa pela fenda e outras vezes não. Quando ela passa pela fenda, se ela não esbarra em suas paredes, esperamos que ela siga uma trajetória em linha reta (estamos imaginando a situação na qual podemos desprezar a gravidade; por exemplo, estamos fazendo esta experiência a bordo de uma nave espacial). Contudo, nem sempre ela vai passar sem esbarrar nas paredes da fenda. Quando isto acontece, esperamos que ela seja um pouco desviada de sua trajetória inicial. E o que o detector mede? O detector mede somente o número de bolinhas que chegam num determinado ponto. O que podemos fazer é usar o detector para então medir a probabilidade onde a bolinha chegará. Por exemplo, para cada ponto deixamos o detector parado por 5 minutos, e depois contamos o número de bolinhas. Quanto maior o número de bolinhas, maior a probabilidade deste ponto. Ao fazermos esta experiência, notamos o gráfico para a probabilidade mostrado na Figura 9. Notemos que este gráfico tem um máximo (ou seja, a probabilidade é máxima) quando as bolas seguem uma linha reta, mas ainda existe uma probabilidade delas não seguirem uma linha reta porque elas podem colidir com a parede.

Vamos complicar um pouco mais a situação analisando o sistema da Figura 10. Neste sistema, em lugar de somente uma fenda no primeiro anteparo encontramos duas fendas. Agora, a probabilidade de encontrarmos a partícula no detector é dada pelo gráfico de baixo, que é justamente a soma da probabilidade da partícula ter passado por uma fenda mais a probabilidade dela ter entrado pela outra fenda. Este comportamento pode ser entendido de maneira simples, pois ou a partícula passa por uma fenda ou ela passa pela outra. Cada fenda, em separado, dá então sua colaboração para a probabilidade total. Portanto, podemos entender com certa facilidade o comportamento de partículas clássicas tanto na experiência da fenda simples quanto na fenda dupla.

Vejamos outro exemplo clássico, mas em lugar de partículas usemos ondas. Por exemplo, imaginemos uma experiência da fenda simples na qual em lugar de um lançador de bolas colocamos

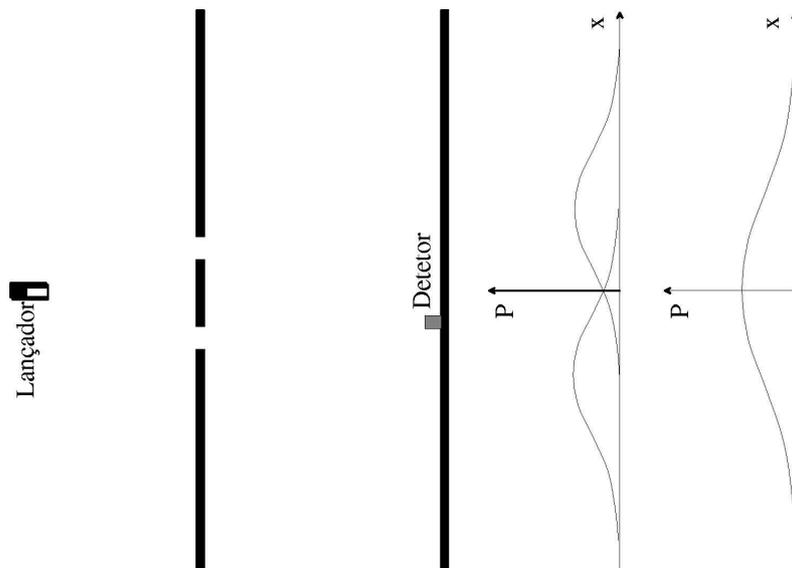


Figura 10: Experiência da fenda dupla com partículas clássicas.

um oscilador que faz ondas sobre uma superfície de água (Figura 11). Estas ondas se propagam a partir do vibrador em todas as direções, até chegarem à fenda, a partir de onde elas passam e se propagam como se fosse uma nova fonte. Finalmente, as ondas chegam ao detector. Mas como é este detector? Podemos imaginar o detector como uma rolha flutuando naquele ponto. Quando a onda chega, a rolha começa a subir e a descer. O tamanho da oscilação da onda determina o quão forte é a onda naquele ponto, ou seja, o quanto alto a rolha fica em relação ao ponto mais baixo em que ela fica. Na prática, o detector não mede o tamanho da oscilação, mas o quadrado de seu valor, que chamamos de intensidade, denotado no gráfico I . Como podemos ver, o gráfico da intensidade I como função da posição é similar ao gráfico da probabilidade da partícula no exemplo anterior. Isto acontece porque existe um ponto que é mais próximo do buraco e que tem intensidade máxima (lembramos que uma onda, como o som, por exemplo, se torna mais fraca – menos intensa – à medida em que nos afastamos de sua fonte), e os pontos que são mais distantes tem intensidade menor.

E como fica a experiência da fenda dupla para ondas? Vejamos o caso da fenda dupla mostrado na Figura 12. Como podemos ver no gráfico da intensidade vs. posição, a intensidade medida no detector não é mais a soma da intensidade da onda vinda de cada fenda, como no caso das partículas. Um novo fenômeno entrou em cena: a interferência. Vejamos com mais detalhes o que está acontecendo. A onda sai do oscilador e chega às duas fendas. Devido à simetria do sistema, quando um pico chega na fenda da esquerda, sabemos que um pico chegou à fenda da direita. Da mesma forma, quando um vale chega à fenda da direita, um vale também chega à fenda da esquerda. Se pensarmos agora nestas fendas como dois osciladores, vemos que eles não podem ser independentes, e dizemos que as ondas saem em fase (picos junto com picos; vales junto com vales). Pensemos agora em cada fenda como um oscilador, mas em fase. Primeiro imaginemos o ponto do meio, em $x = 0$, que é um ponto de simetria. O tempo que demora para um pico oriundo da fenda da esquerda chegar a este ponto é o mesmo que demora para um pico oriundo da fenda da direita chegar. Com isto, picos sempre chegam junto com picos neste ponto, e vales sempre chegam junto com vales. O que acontece é que um pico oriundo de uma fenda se soma com o pico oriundo de outra fenda, aumentando o tamanho da oscilação, e portanto aumentando a intensidade verificada no detector. Mas assim como existe um ponto em que picos chegam juntos, existem outros pontos nos quais quando chega um pico chega também um vale. Por exemplo, um pouco à esquerda de $x = 0$. Este ponto está mais próximo da fenda da esquerda do que da fenda da

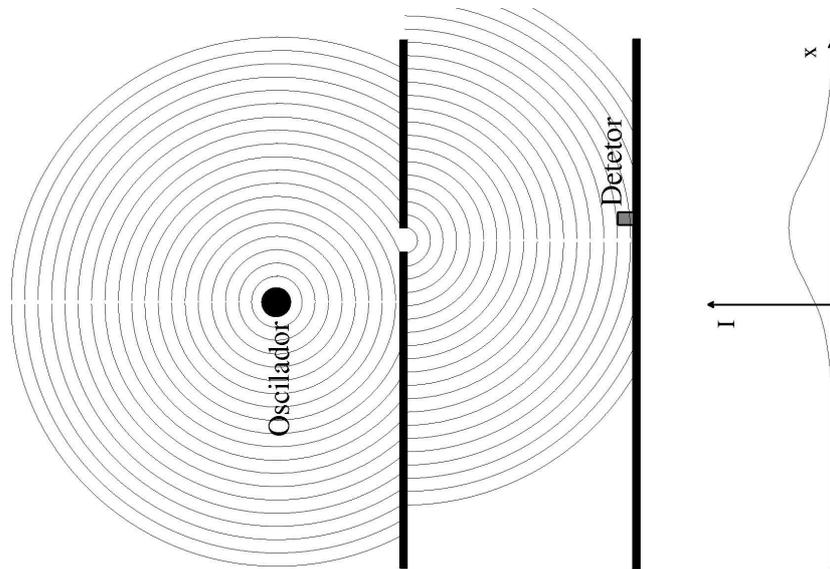


Figura 11: Experiência da fenda simples no caso de uma onda gerada na superfície de um líquido.

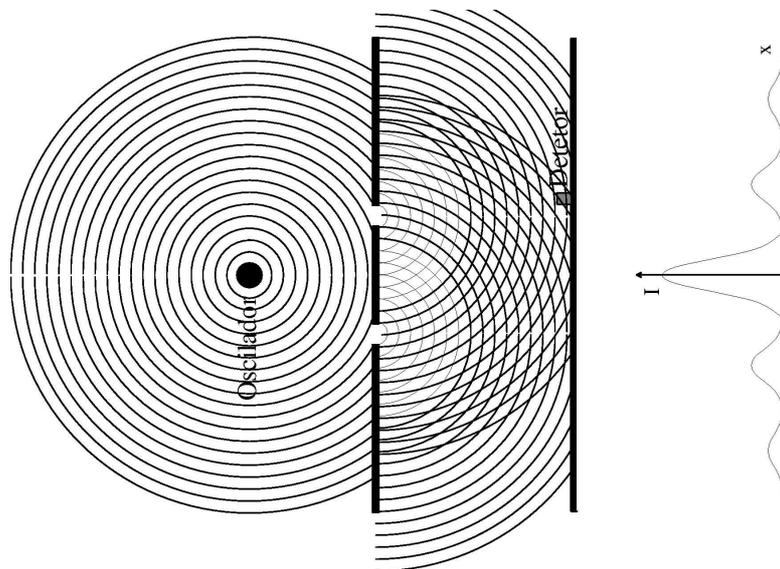


Figura 12: Experiência da fenda dupla para o caso de uma onda gerada na superfície de um líquido.

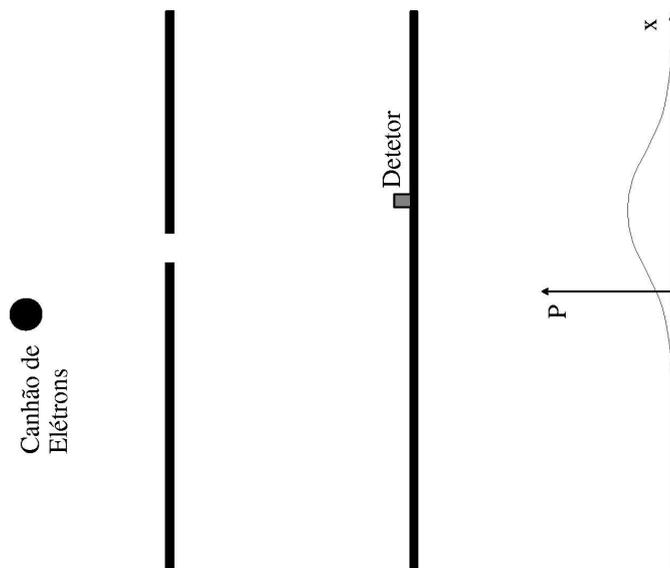


Figura 13: Experiência da fenda simples, usando como fonte um canhão de elétrons.

direita. Portanto, se demora algum tempo para um pico oriundo da fenda esquerda chegar neste ponto, demora um pouco mais para um pico oriundo da direita chegar. Com isto, pode acontecer, dependendo do lugar em x , que um pico chegue da fenda da esquerda quando um vale chega da fenda da direita. Portanto, uma consequência da onda passar tanto pela fenda da direita como pela da esquerda é que quando a unimos de novo ela apresenta uma diferença de fase. O que acontece nestes pontos? Um vale é um deslocamento para baixo, e um pico é um deslocamento para cima. Se somarmos um pico com um vale, não temos deslocamento. Se não temos deslocamento neste ponto, a intensidade da onda é zero. Portanto temos uma situação interessante: existem pontos nos quais, se temos somente uma fenda a intensidade é diferente de zero, mas quando *abrimos* a outra fenda a intensidade neste ponto passa a ser zero! Este efeito, bem conhecido para ondas clássicas é conhecido como efeito de *interferência*. Quando temos picos junto com picos chamamos *interferência construtiva*, e quando temos picos com vales chamamos *interferência destrutiva*.

E como se comportam estas experiências acima no caso do elétron? Começemos pela experiência da fenda simples, mostrada na Figura 13. Na Figura 13 uma experiência idêntica às anteriores com uma única fenda é repetida, mas a fonte agora é um aparelho que emite elétrons, que chamamos canhão de elétrons. Este canhão de elétrons emite elétrons, e percebemos que no detector observamos estruturas discretas. Por exemplo, se o detector é uma superfície pintada com uma tinta fosforescente, notamos que pontinhos aparecem esporadicamente nesta superfície. Se o detector for um cristal especial que gera corrente, notamos que a corrente sempre aparece em pulsos. Esta é uma excelente indicação que elétrons são objetos localizados, e portanto devem ser partículas³. A probabilidade com que observamos os elétrons é mostrada na Figura 13.

Quando fazemos a experiência da fenda dupla da Figura 14, o resultado é surpreendente. Em lugar dos elétrons se comportarem como partículas e termos a probabilidade como a soma das probabilidades do elétron passar ou pela fenda da direita ou pela fenda da esquerda, observamos que o gráfico da probabilidade dos elétrons é extremamente similar àquele para ondas.

Mas, como explicar este gráfico? Afinal de contas, no caso das ondas o gráfico foi explicado usando-se o fato de que as ondas passam por ambos os buracos. Se os elétrons são partículas, eles não deveriam poder passar pelos dois buracos. E se um elétron passa por um buraco somente, como ele “sabe” que se o outro buraco está aberto ou fechado, e portanto “sabe” que ele não pode

³De fato, neste ano estamos comemorando os 100 anos da descoberta do elétron por J. J. Thompson. Dentre as propriedades que Thompson provou para os elétrons, uma delas foi a característica corpuscular, i.e. de partícula.

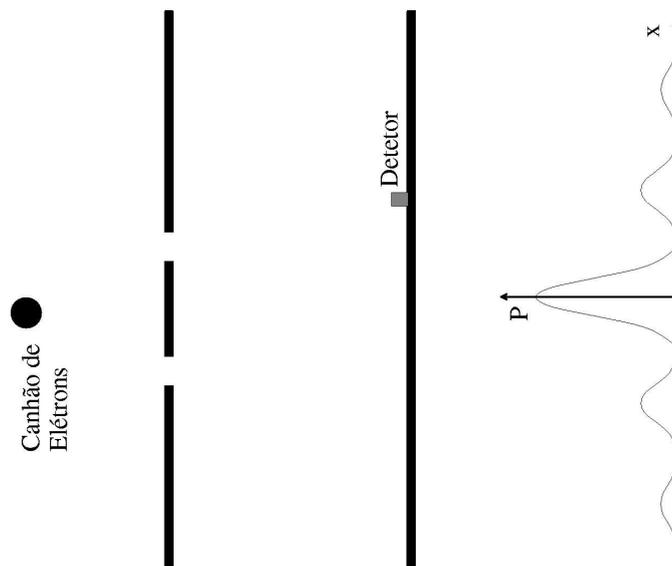


Figura 14: Experiência da fenda dupla para elétrons.

ir a determinados lugares (onde temos, no caso das ondas, interferência destrutiva – um pico chega junto com um vale)? Segundo Feynmann, este é o mistério da física quântica.

Para Bohr, o ponto mostrado com a experiência da Figura 14 não revela nenhum mistério. Para ele, a pergunta “o elétron é uma onda ou é uma partícula?” não faz sentido, pois sua resposta depende do arranjo experimental que fazemos. No arranjo experimental mostrado na Figura 14, estamos observando a característica de ondas do elétron. Mas podemos modificar esta experiência colocando um detector, por exemplo uma fonte de luz, que possa detectar se o elétron passou por uma fenda ou pela outra, como mostra na Figura 15. Quando iluminamos o elétron, retiramos ele de sua trajetória original, permitindo que ele caia sobre pontos anteriormente proibidos a ele por causa do efeito de interferência. Desta forma, ao observarmos por que buraco o elétron passa, destruímos o gráfico que apresenta uma figura de interferência. Concluimos que, neste caso, ao tentar revelar um comportamento de partícula (se passa por um ou outro buraco) destruímos o comportamento de onda (figura de interferência).

Baseado nesta idéia, em 1927 Bohr lançou seu princípio de complementariedade. Para Bohr, a característica ondulatória é complementar à característica corpuscular, e características complementares nunca poderiam ser observadas simultaneamente, pois não podemos, numa única experiência, verificar as duas propriedades. No exemplo acima, quando tentamos verificar a propriedade de ser partícula, destruímos a propriedade de ser onda e vice versa. Exemplos de grandezas complementares são o momento (velocidade) e a posição, componentes do momento angular, o caráter ondulatório e corpuscular do elétron. Com isto, Bohr estendeu o princípio da incerteza de Heisenberg, incluindo a impossibilidade de medirmos simultaneamente grandezas complementares.

4 Realidade Quântica

Vimos que ao tentar descobrir a trajetória do elétron, ou seja, por que fenda ele passa numa experiência de fenda dupla, destruímos a informação sobre a característica ondulatória. Se quisermos manter a característica ondulatória, não podemos perguntar por onde a partícula passou, ou seja, não podemos fazer uma experiência para descobrir por onde a partícula passou. Apesar disso, uma pergunta ainda permanece: por que fenda a partícula passou?

Para *falarmos* por que fenda ela passou, temos que *medir* por que fenda ela passou. Se medirmos, destruímos a característica ondulatória. Portanto, ao não medir permitirmos que a

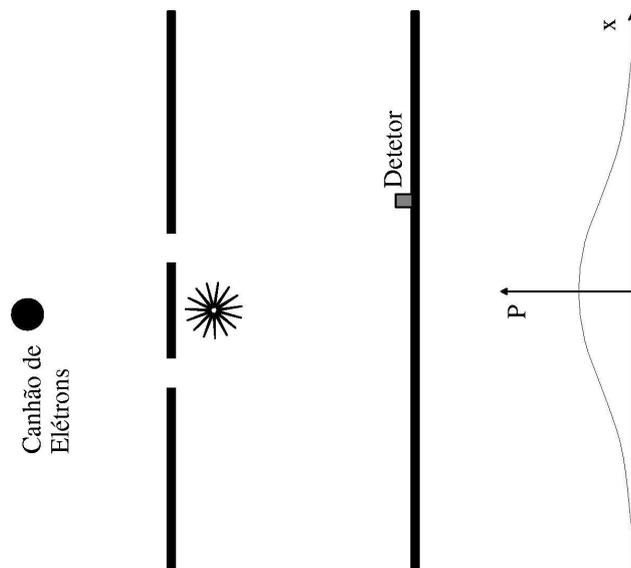


Figura 15: Experiência da fenda dupla com elétrons, com uma fonte de luz posicionada de tal maneira a iluminar os elétrons quando estes passam pelas fendas.

partícula se comporte como uma onda e, de certa forma, passe pelas duas fendas ao mesmo tempo. Para evitar este tipo de raciocínio, que leva a uma visão paradoxal dos processos quânticos, Bohr adotou o ponto de vista que o que não medimos não tem realidade. Para Bohr, a partícula não passou por nenhuma fenda se não medirmos.

É importante notar que o pensamento de Bohr estava permeado com uma visão positivista. Para Bohr, como os sistemas quânticos se comportam de maneira probabilística, então as leis por detrás deste sistema também são probabilísticas em essência.

A razão para isto é que, como se pensava na época de Bohr, um sistema determinístico não pode resultar em um comportamento probabilístico. Como explicar o decaimento radiativo, que sabemos ser perfeitamente descrito por um processo sem memória, no a *probabilidade* de decaimento de um átomo no instante $t + \Delta t$ é a mesma que no instante t (supondo que o átomo não tenha decaído entre um tempo e o outro), através de leis determinísticas, que implicariam que o átomo decaísse sempre num tempo dado?

Contudo, como mostramos na seção anterior, hoje em dia sabemos sistemas com comportamento completamente determinístico, em algumas situações, são idênticos, do ponto de vista observacional, a sistemas não-determinísticos. Será que os sistemas quânticos não podem também ser determinísticos, mas ter um comportamento completamente imprevisível, e aparentemente não-determinístico?

Se esquecermos por um momento que podemos ter comportamentos imprevisíveis de sistemas determinísticos, ainda assim o ponto de vista de Bohr é certamente oposto ao ponto de vista clássico, no qual temos em princípio resposta para todas as perguntas sobre trajetórias de partículas ou ondas. Por este motivo, este ponto de vista tornou-se inaceitável para muitos físicos, e uma visão oposta à de Bohr surgiu, onde nesta visão existe uma realidade mais completa dos processos microscópicos. A mecânica quântica de Bohr, dentro de ponto de vista, não falaria sobre, por exemplo, por que fenda a partícula passou, porque faltaria informação sobre isso. Portanto, a função de onda não poderia conter toda a informação sobre o sistema, e com isso a descrição oferecida por Bohr seria incompleta. Para estes físicos, mecânica quântica não é toda a história.

4.1 Teorias de variáveis ocultas

Se a mecânica quântica não é toda a história, então temos que encontrar uma teoria que explique todos os resultados da mecânica quântica, que sabemos estar em excelente acordo com as experiências, e que seja completa. Esta teoria seria chamada teoria de *variáveis ocultas*.

Uma analogia talvez seja útil para percebermos o que são as variáveis ocultas. Antes do fim do século passado, as leis da termodinâmica descreviam com precisão o comportamento de gases e determinados sistemas macroscópicos, ditando relações entre temperatura, pressão e outras grandezas macroscópicas. Contudo, gases são formados por partículas microscópicas: os átomos ou moléculas, dependendo do gás. A pressão, temperatura, e outras grandezas macroscópicas deveriam estar ligadas, de um certo modo, com o comportamento das partículas que compõe o gás como um todo, ou seja, estas grandezas macroscópicas deveriam depender do comportamento *médio* das partículas microscópicas.

Os trabalhos de Boltzman e Gibbs mostraram que as propriedades macroscópicas poderiam de fato ser obtidas das propriedades microscópicas dos gases. Supondo que os gases são compostos de átomos e que obedecem às leis de Newton da mecânica, eles adicionaram a isso mais algumas hipóteses sobre as condições iniciais das partículas e conseguiram obter as conhecidas relações termodinâmicas. Portanto, termodinâmica não é uma teoria fundamental, pois pode ser derivada de uma teoria mais completa, que trata os átomos como constituintes dos gases. Em outras palavras, podemos obter as leis da termodinâmica a partir de um estudo do comportamento individual dos átomos, ao tirarmos a média de determinadas grandezas. A teoria que está por trás da termodinâmica é a mecânica estatística. Portanto, em relação à termodinâmica a mecânica estatística é uma descrição mais completa dos fenômenos físicos envolvendo gases.

Voltando ao mundo microscópico, a mecânica quântica é uma teoria sobre valores médios e probabilidades. Ela nos diz qual a probabilidade de uma dada grandeza ser medida (através de $|\psi|^2$) e com esta probabilidade podemos calcular valores médios, como por exemplo o valor médio do momento ou da posição. Mas será que não existe uma teoria mais fundamental por trás da mecânica quântica? Será que não existe uma teoria mais completa dos fenômenos microscópicos, de tal forma que desta teoria obteríamos os mesmo resultados médios que a mecânica quântica? Será que não existe uma teoria que esteja para a mecânica quântica assim como a mecânica estatística está para a termodinâmica? Qualquer teoria deste tipo recebe o nome de teoria de variáveis ocultas. O motivo para o nome é que em princípio as *grandezas observáveis* são somente valores médios, e as outras grandezas são ocultas. A relação é a mesma que na termodinâmica, onde a temperatura é um valor médio da energia dos átomos que compõe o gás, e que obviamente não podemos conhecer (um litro de gás tem aproximadamente 10^{22} átomos, e não podemos conhecer a velocidade de cada um dos átomos num dado instante de tempo). Em variáveis ocultas estaremos interessados em responder: será que existe uma variável, λ , (oculta) tal que os resultados probabilísticos da mecânica quântica surgem porque desconhecemos esta variável?

4.2 O teorema de Bell

Para tentarmos entender o estado atual da procura por teorias de variáveis ocultas, é importante tomarmos como exemplo o caso do spin de um elétron. De maneira bem informal, o spin é uma propriedade do elétron que, ao medirmos numa dada direção, sempre dá o resultado “sim” ou “não”. Por exemplo, digamos que um emissor de elétrons manda partículas para um detetor de spin, como mostra na Figura 16. Este detetor tem um ponteiro que pode ser colocado em uma das três posições, denotadas 1, 2 e 3, e que representam a medida do spin em três direções diferentes. Sempre que um elétron chega neste aparelho, o detetor acende uma das duas lâmpadas representando s (sim) ou n (não), mas nunca ambos.

Complicuemos agora esta experiência um pouco mais, trocando o emissor de elétrons da Figura 16 por um novo tipo de emissor, que manda dois elétrons ao mesmo tempo mas em direções opostas (Figura 17). Este novo emissor é tal que os dois elétrons que saem ao mesmo tempo são preparados num estado especial, chamado *estado emaranhado*. Neste estado especial, pode-se verificar experimentalmente as seguintes propriedades:



Figura 16: Uma fonte emite elétrons em direção ao detetor (situado à direita). O detetor pode medir o spin do elétron incidente em três direções, representadas pelo ponteiro. Uma vez escolhida uma direção, o detetor informa se o spin da partícula é positivo (s) ou negativo (n).

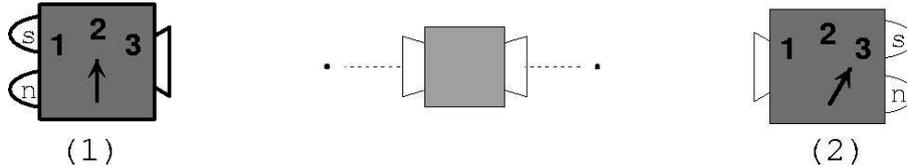


Figura 17: Dois elétrons em estados emaranhados são detectados em dois detetores distintos.

- Se o aparelho (1) estiver com o ponteiro na mesma posição que o aparelho (2), isto é, se ambos os aparelhos estiverem medindo spin na mesma direção, então os resultados da medida dos aparelhos será igual. Por exemplo, se o aparelho (1) tem o ponteiro na posição 2 e o aparelho (2) também, então sempre que medirmos um s no aparelho (1) também mediremos um s no aparelho (2).
- Suponha que realizamos a experiência variando aleatoriamente a posição dos ponteiros dos aparelhos. Podemos perguntarmos qual a probabilidade de obtermos resultados iguais (sem levar em conta a posição dos ponteiros) em ambos os aparelhos. Esta probabilidade é $1/2$.

Mostraremos que o conceito de variáveis ocultas λ é incompatível com os resultados experimentais do sistema apresentado acima. Para isto, comecemos com a seguinte hipótese, contrária à tese de Bohr que somente podemos falar que uma grandeza existe se medirmos esta grandeza.

Hipótese: a propriedade medida nos detetores da experiência da Figura 17 (spin dos elétrons) **existe** antes da medida, e é determinada pela fonte.

Se esta grandeza existe, então existe uma variável oculta que determina o valor da experiência. De certa forma a existência da propriedade garante que cada partícula tem “escrita” nela um código dizendo o resultado de cada experiência. Este código é exatamente a variável oculta que procuramos.

Um código para este tipo de experiência pode ser facilmente construído. Um exemplo deste código ou variável oculta é $\lambda = x_1 x_2 x_3$, onde x_1 , x_2 e x_3 poderiam ter o valor s ou n representado o resultado da medida se o ponteiro estiver nas posições 1, 2 ou 3, respectivamente. Por exemplo, $\lambda = ssn$ significaria que mediríamos s para o ponteiro do detetor em 1, s para o ponteiro em 2 e n para o ponteiro em 3. Desta forma λ codifica os resultados do spin. Na experiência em que temos duas partículas, teríamos que ter um λ para cada partícula, por exemplo λ_1 e λ_2 para as partículas que entram nos detetores (1) e (2), respectivamente.

O fato da propriedade spin existir antes do processo de medida tem algumas consequências. Primeiro, como os resultados em (1) e (2) são iguais quando (1) e (2) medem a mesma propriedade, então concluímos que o código λ de ambas as partículas tem que ser igual, i.e. $\lambda_1 = \lambda_2$. Se isso não fosse verdade, então poderíamos encontrar valores dos ponteiros em (1) e (2) que dariam resultados diferentes, o que não é verificado *experimentalmente*.

Como $\lambda_1 = \lambda_2 \equiv \lambda$, podemos listar todas as possibilidades para λ . Temos no total oito possibilidades distintas ($8 = 2^3$), que são:

$$sss, ssn, snn, nnn, sns, nss, nns, nsn.$$

λ	Arranjos Experimentais								
	11	12	13	21	22	23	31	32	33
sss	ss	ss	ss	ss	ss	ss	ss	ss	ss
ssn	ss	ss	sn	ss	ss	sn	ns	ns	nn
snn	ss	sn	sn	ns	nn	nn	ns	nn	nn
nnn	nn	nn	nn	nn	nn	nn	nn	nn	nn
sns	ss	sn	ss	ns	nn	ns	ss	sn	ss
nss	nn	ns	ns	sn	ss	ss	sn	ss	ss
nns	nn	nn	ns	nn	nn	ns	sn	sn	ss
nsn	nn	ns	nn	sn	ss	sn	nn	ns	nn

Tabela 3: Resultados para os nove arranjos possíveis dos ponteiros dos detetores em função da variável oculta λ .

Para cada uma destas possibilidades, podemos fazer experiências com nove combinações distintas para as posições dos ponteiros em (1) e (2). Por exemplo, se usarmos a notação 13 representando uma experiência do tipo “o ponteiro de (1) está na posição (1) e o ponteiro de (2) está na posição 3”, então as possibilidades de experiência são: 11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32, 33. Com isto, podemos formar uma tabela onde colocamos todas as possibilidades de resultados experimentais em função do código λ do elétron. Os resultados experimentais na Tabela são representados de maneira simplificada, na forma de um par de letras n ou s , representando a primeira letra o resultado em (1) e a segunda o resultado em (2). Por exemplo, da Tabela 3 vemos que se o código do elétron, ao sair da fonte, era sns , então o resultado da experiência 23 é ns , ou seja, obtemos n no aparelho (1) e s no aparelho (2).

Na Tabela acima vemos o problema. Podemos contar o número de casos em que (1) é igual a (2), e este número é 48. Contudo, o número total de possibilidades é $9 \times 8 = 72$. Logo, a probabilidade de que os resultados em (1) sejam iguais aos resultados em (2) se não olharmos onde os ponteiros estão é $48/72 > 1/2!$ Supondo a existência do spin antes da medida implica em não reproduzirmos o valor observado experimentalmente. Com isso somos forçados a concluir que o processo de medida *não revela um valor pré-existente, mas cria o valor observado*. Concluimos então que a propriedade (spin) medida pelos aparelhos (1) e (2) *inexiste* antes da medida!

Este resultado corrobora o pensamento de Bohr, que dizia que no caso do elétron na fenda dupla a realidade do elétron, i.e., por que fenda ele passou, *inexiste*. Só podemos falar por onde o elétron passou se medirmos, porque se não medirmos o “por onde ele passou” não existe. Ao medir, destruímos interferência porque *criamos* uma “realidade” diferente.

Uma consequência do que demonstramos é que a realidade só existe se existe um processo de medida. Mas o que é um processo de medida? É uma interação de um sistema quântico com outro sistema quântico. De fato não. O processo de medida introduz o problema do observador em física quântica, que infelizmente não temos como discutir neste trabalho. Em grosso modo, o processo de medida é uma interação de um observador com o sistema observado. Se o observador não interage com o sistema, não temos uma medida, e com isso a realidade do sistema não é criada. Colocando isto de uma forma mais dramática, só podemos garantir que a Lua está no céu se olharmos para ela.

4.3 O Teorema de GHZ

Um exemplo ainda mais surpreendente do que o teorema de Bell foi obtido por Greenberger, Horne e Zeilinger (GHZ) [7]. Apresentaremos o teorema de GHZ numa versão simplificada, publicada por Mermin em 1991 [8]. Ao invés de tratar de emaranhados de duas partículas, como no caso do

teorema de Bell, os estados utilizados por GHZ são emaranhados de três partículas⁴.

No esquema experimental de GHZ, três partículas são geradas num estado emaranhado e são direcionadas para três detetores que medem o spin das partículas. Os detetores, assim como no caso de Bell apresentado anteriormente, podem estar bem distantes uns dos outros. Cada detetor mede o spin das partículas ou na direção x ou na direção y , ambas prefixadas, e o resultado da medida é mais uma vez ou s ou n se o spin for positivo ou negativo, respectivamente. Numa notação similar à usada anteriormente, representaremos a configuração dos detetores da forma

$$\mathbf{d}_1 \mathbf{d}_2 \mathbf{d}_3,$$

onde \mathbf{d} pode ser tanto x quanto y (as duas direções possíveis para os detetores) e o índice representa o detetor em questão. Por exemplo, se o detetor 1 está configurado para a direção x , 2 para a direção y e 3 para a direção x , representamos esta configuração por $\mathbf{x}_1 \mathbf{y}_2 \mathbf{x}_3$. Chamemos $\Pi(\mathbf{d}_1 \mathbf{d}_2 \mathbf{d}_3)$ o produto de cada um dos spins, ou seja, $\Pi(\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2 \mathbf{y}_3)$ representa o spin de 1 na direção x vezes o spin de 2 na direção x vezes o spin de 3 na direção y .

No estado utilizado por GHZ, a Mecânica Quântica não nos diz qual o resultado da medida de spin para cada uma das partículas. Contudo, elas nos dizem o seguinte:

$$\Pi(\mathbf{x}_1 \mathbf{y}_2 \mathbf{x}_3) = \Pi(\mathbf{y}_1 \mathbf{x}_2 \mathbf{x}_3) = \Pi(\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2 \mathbf{y}_3) < 0 \quad (1)$$

$$\Pi(\mathbf{y}_1 \mathbf{y}_2 \mathbf{y}_3) > 0. \quad (2)$$

Imaginemos que exista uma “variável oculta” λ que determine o resultado do spin para cada partícula. Isso implica que, para cada partícula, o valor do spin é determinado por λ e pela direção do aparelho de medida. O valor do spin como função de λ será representado por $m_{n\mathbf{d}}^{(\lambda)}$, onde $n = 1, 2, 3$ representando a partícula chegando ao detetor 1, 2 ou 3, respectivamente, e \mathbf{d} a direção do spin. Por exemplo, se $m_{1\mathbf{x}}^{(\lambda)} > 0$, isso implica que a partícula no detetor 1 tem spin positivo na direção x . Podemos, usando a variável oculta λ escrever (para não carregar muito a notação, não colocaremos λ explicitamente na expressão abaixo)

$$(m_{1\mathbf{x}} m_{2\mathbf{y}} m_{3\mathbf{x}})(m_{1\mathbf{y}} m_{2\mathbf{x}} m_{3\mathbf{x}})(m_{1\mathbf{x}} m_{2\mathbf{x}} m_{3\mathbf{y}}) = (m_{1\mathbf{x}} m_{2\mathbf{x}} m_{3\mathbf{x}})^2 m_{1\mathbf{y}} m_{2\mathbf{y}} m_{3\mathbf{y}}. \quad (3)$$

Mas $m_{1\mathbf{y}}^{(\lambda)} m_{2\mathbf{y}}^{(\lambda)} m_{3\mathbf{y}}^{(\lambda)} = \Pi(\mathbf{y}_1 \mathbf{y}_2 \mathbf{y}_3)$ é sempre positivo, de acordo com a MQ (Eq. 2), e com isso a expressão 3 é positiva, pois do lado direito temos três números ao quadrado (portanto três números positivos) vezes um número positivo. Por outro lado, o lado esquerdo da equação 3 é o produto $\Pi(\mathbf{x}_1 \mathbf{y}_2 \mathbf{x}_3) \Pi(\mathbf{y}_1 \mathbf{x}_2 \mathbf{x}_3) \Pi(\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2 \mathbf{y}_3)$, e a desigualdade 1 nos diz que este produto é necessariamente negativo, uma contradição matemática!

Quer dizer que a Mecânica Quântica é matematicamente inconsistente? Qual o significado da contradição matemática derivada acima? A contradição resultante de 3 só pode ser derivada porque supomos que o valor do spin é pré-determinado, antes do processo de medida. Se supomos que o spin numa dada direção existe *antes* do processo de medida, encontramos um resultado que é contraditório com o que é previsto pela MQ. Portanto, o formalismo da MQ nos obriga a concluir que o valor de spin não pode existir antes do processo de medida. A observação do sistema por um aparelho experimental *cria* a propriedade medida pelo aparelho. Em outras palavras, se não medimos o spin, em alguns casos não só não sabemos o seu valor, mas este valor não *existe*.

4.4 Realidade versus causalidade

Se olharmos com cuidado a Eq. 3, percebemos que o lado esquerdo representa três configurações experimentais que não podem ser realizadas simultaneamente, isto é, não podemos, ao mesmo tempo, colocar os detetores, digamos, tanto na configuração $\mathbf{x}_1 \mathbf{y}_2 \mathbf{x}_3$ quanto na configuração $\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2 \mathbf{y}_3$. Contudo, uma hipótese foi implicitamente feita ao passarmos do lado esquerdo de 3 para o lado direito: a de que o $m_{1\mathbf{x}}$ no conjunto experimental $\mathbf{x}_1 \mathbf{y}_2 \mathbf{x}_3$ é o mesmo que $m_{1\mathbf{x}}$

⁴Os detalhes dos cálculos envolvidos na derivação do teorema de GHZ podem ser encontrados no apêndice. Os interessados devem se dirigir também aos artigos de Mermin [8] e Greenberger, Horne, Shimony e Zeilinger [9].

no conjunto experimental $\mathbf{x}_1\mathbf{x}_2\mathbf{y}_3$. Esta hipótese é obviamente errada se permitirmos que o valor de λ dependa da configuração experimental em questão, ou seja, se permitimos que λ varie se mudarmos as direções dos detetores. Se λ depende da direção dos detetores, dizemos que a teoria de variáveis ocultas em questão é uma teoria *contextual*, no sentido que λ depende do contexto experimental.

Variáveis que mudam em função do contexto experimental não apresentam nenhuma dificuldade conceitual e nem são um privilégio da Mecânica Quântica. Um exemplo bem conhecido é o caso de pesquisas de opinião. Digamos que numa dada pesquisa de opinião existem uma série de questões relacionadas à repressão política ou a injustiças sociais. Por outro lado, digamos que ao invés desta linha de perguntas, uma outra pesquisa de opinião presente uma série de questões relativas ao alto índice de criminalidade causado pelo comércio ilegal de drogas. Se, dentro destes questionários distintos, pergunta-se se acreditamos que o uso da violência deva ser permitido para a polícia, provavelmente um maior número de respondentes responderá positivamente numa pesquisa do que na outra. Em outras palavras, a maneira como perguntamos uma dada questão influencia a resposta a esta questão, pois o contexto na qual a pergunta faz parte muda. A analogia com o nosso exemplo de Mecânica Quântica é clara: se mudamos o contexto (i.e. a configuração experimental de todos os detetores) mudamos o resultado individual de cada um dos detetores.

Teorias contextuais, contudo, podem apresentar um grande problema no caso da Mecânica Quântica: como é que o valor de λ pode mudar, digamos, no detetor 1 ao mudarmos a direção de 2, se os detetores 1 e 2 podem estar a uma distância muito grande um do outro? Vejamos o porque isso é um problema analisando o conceito de causalidade einsteiniana.

O problema surge da relatividade especial de Einstein. O Princípio da Relatividade exige que a velocidade da luz, derivada das constantes eletromagnéticas μ_0 e ϵ_0 , seja a mesma para todos os observadores. A invariância da velocidade da luz tem drásticas consequências, e para entendê-las, iremos examinar o caso das duas partículas representado pela Figura 17. Imaginemos que somos um observador situado em um ponto equidistante de ambos os detetores e em repouso em relação ao aparato experimental. Estamos interessados no processo de chegada das partículas nos detetores, que é marcada pelo acender ou da lâmpada s ou da lâmpada n . Segundo o nosso referencial, as duas partículas são emitidas simultaneamente da fonte e , como tem a mesma velocidade, chegam simultaneamente aos detetores. Com isso, vemos os dois detetores registrarem uma medida ao mesmo tempo. Imaginemos agora um outro observador, Alice, que se move da esquerda para a direita, na mesma direção da linha das partículas, mas com velocidade menor que as partículas. Imaginemos ainda que, no exato instante em que Alice passa pela fonte de partículas, um par seja emitido. Como demora algum tempo para que as partículas cheguem até os detetores, quando a luz é emitida dos detetores, Alice já está mais próxima do detetor da direita do que do detetor da esquerda. Ora, como a luz tem uma velocidade finita, ela demora menos para chegar até Alice partindo do detetor da direita do que do detetor da esquerda. Com isto, Alice vê primeiro a luz do detetor da direita, e conclui que uma partícula chegou primeiro no detetor da direita do que no detetor da esquerda. De maneira análoga, imaginemos que Bob siga um esquema idêntico ao de Alice, só que ao invés de ir da esquerda para a direita ele vai da direita para a esquerda. Bob, por argumentos similares, conclui que a partícula do detetor da esquerda chegou primeiro.

Qual a relação entre este exemplo e as teorias contextuais?

5 Conclusões

Como vimos, a mecânica quântica, em sua interpretação dada por Bohr, nos leva a uma visão probabilística da Natureza. Esta visão não só nega que existe alguma previsibilidade, mas reformula profundamente nosso conceito de realidade física. Na interpretação de Bohr, podemos falar somente sobre valores que observamos através de uma experiência adequada. Se não observamos, nada podemos falar sobre a grandeza e , mais que isso, a grandeza não pode existir, de maneira consistente com os resultados experimentais, antes do processo de medida. Portanto, concluímos que além da Natureza ser probabilística, a descrição dada pela mecânica quântica é completa, no sentido que se tentarmos incluir mais elementos da realidade que não medimos caímos em con-

tradições. Portanto, segundo Bohr, não existe uma realidade objetiva. A realidade se **constrói** com o processo de observação.

Mas será que a interpretação de Bohr se impõe pela experiência? Será que temos que admitir a probabilidade como algo necessário? Os exemplos dados por Donald Ornstein são claros neste ponto. Não podemos distinguir, em alguns casos, processos determinísticos de probabilísticos. Portanto, pode ser verdade que os processos quânticos são de fato determinísticos, mas que ao observarmos eles aparentam ser determinísticos. De fato, uma das interpretações correntes da mecânica quântica é a interpretação da onda piloto de de Broglie-Bohm. Nesta interpretação as partículas seguem trajetórias, com momento e posição simultaneamente definidos, e estas trajetórias são determinadas pelo estado inicial das partículas. A interpretação de Bohm prevê os mesmos resultados experimentais da interpretação de Bohr.

Como é possível ter uma outra interpretação que restaura o conceito de realidade, se vimos que este conceito de realidade é incompatível com a experiência? Uma análise detalhada de nossa demonstração revela que utilizamos, tacitamente, a idéia de que a escolha de que grandeza seria medida no aparelho (1) não influenciaria o resultado da medida no aparelho (2). Esta é uma suposição razoável, pois os aparelhos podem estar milhões de quilômetros distantes um do outro. Contudo, pode ser que existe uma interação desconhecida que possa fazer com que um aparelho influencie o outro. Se esta interação existe, as experiências atuais colocam mais um vínculo sobre elas: a velocidade de propagação destas interações tem que ser superior à velocidade da luz! Isto implica que esta interação é incompatível com a relatividade de Einstein, ou, colocando de uma forma mais precisa, uma teoria que incluísse esta interação não poderia ser uma teoria relativística. Portanto, se quisermos que a realidade exista como algo objetivo **temos** que admitir que todos fenômenos naturais que estão separados por distâncias astronômicas podem se influenciar, e que esta influência se propaga com velocidade infinita. Desta forma, ao tentar recuperar um conceito de realidade mais próximo do conceito clássico, somos obrigados a aceitar que todos fenômenos são interligados (holismo) e que existem efeitos não-locais. Um exemplo é a experiência da fenda dupla que vimos acima ou o spin. No caso da fenda dupla, o elétron, uma partícula, “sabia” que a fenda estava fechada ou aberta, podendo escolher se poderia ir para um determinado lugar ou não; em outras palavras, o elétron sentia o ambiente como um todo, e não só a parte com a qual ele interagia.

Neste ponto somos levados à seguinte conclusão. Se a realidade é objetiva, i.e., independe dos observadores, processos podem ser causais, no sentido Einsteiniano, somente na média. Isto acontece porque para processos individuais interações ocorrem com velocidade superior à da luz, e as relações einsteinianas de causalidade são violadas. Se a realidade é subjetiva, então as próprias leis da Natureza são probabilísticas. Com isto, independente de como escolhemos nossa visão de mundo, a Natureza sempre se comportará probabilisticamente.

Referências

- [1] Galileu Galilei, *Dialogues concerning two new sciences*, Northwestern University, Evanston Ill.(1939).
- [2] Pierre Simon de Laplace, *Essai philosophique sur les probabilités*, Mme. Ve. Courcier, Paris (1814).
- [3] E. F. Taylor e J. A. Wheeler, *Spacetime Physics*, W. H. Freeman, New York (1992).
- [4] Ornstein, *Bull. Am. Math. Soc.*
- [5] A. Pais, *Inward Bound*, Clarendon Press, New York (1986).
- [6] A. Pais, *Rev. Mod. Phys.* **7**, 18 (1979).
- [7] GHZ
- [8] Mermin

[9] GHSZ